

極光帯における VLF 波の Full Wave 計算

長野 勇*・満保正喜*・山川秀雄*・木村磐根**

A Full Wave Calculation of VLF Waves in Auroral Zone

Isamu NAGANO*, Masayoshi MAMBO*, Hideo YAMAKAWA*
and Iwane KIMURA**

Abstract: A full wave treatment including the ground effect is briefly described for a whistler wave incident onto the ionosphere from above. The absorption of the VLF hiss and chorus waves in the lower ionosphere of the polar region is computed. Two kinds of electron density profiles observed at Syowa Station are taken as the ionospheric models, one is in disturbed condition and the other in quiet condition.

Intensities of the Poynting flux on the ground are calculated as parameters of the frequency and the dip angle of the geomagnetic field. The results are as follows; (1) Absorption in the disturbed model is much greater than that in the quiet one. (2) The absorption increases as the frequency grows higher. (3) The absorption decreases as the dip angle increases. Finally, seasonal variations of the collisional damping in the polar region are discussed.

要旨: 電離層上部から VLF 電波が入射した場合大地を考慮した波動論的数値計算法について略述し、VLF ヒス、コーラス波に対して電離層中の減衰が計算されている。下部電離層モデルとして、昭和基地で観測されたオーロラ発生時と静穏時の電子密度分布が使用されている。地上におけるポインティング強度が、周波数依存性および地球磁場のふ角依存性について計算されている。その結果、極地方における VLF 波の電離層吸収に関し次のことが明らかになった。

- (1) 下部電子密度の依存性が非常に大きい。
- (2) 周波数が高くなると吸収が大きい。
- (3) 地磁気ふ角の依存性が認められる。ふ角が大きいほど、吸収が少なくなる。

最後に、中性粒子-電子の衝突回数分布の季節的变化にふれ、月別衝突損失について計算を行い議論している。

1. 緒 論

近年、極域では降下荷電粒子と VLF 電磁波動現象に関連して、VLF 自然電波の地上にお

* 金沢大学工学部電気工学科. Department of Electrical Engineering, Kanazawa University, 40, Kodatsuno 2-chome, Kanazawa 920.

** 京都大学工学部電気工学第二教室. Department of Electrical Engineering, Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto 606.

ける定常観測およびロケット，衛星を使用した同時立体観測が行われている．これら観測データの電磁界強度に関する情報は，電波の発生メカニズムの解明，そして電波伝搬のうえでも非常に重要である．磁気圏で発生した VLF 自然電波は，上部電離層を経て下部電離層を通過し地上に到来する．その際 VLF 波の下部電離層吸収に関する計算例は，以前に中緯度地方を対象として報告されているが (TSURUDA, 1973)，極地方の電離層モデルに関して full wave で計算した例はほとんどない．

この論文では，昭和基地でロケットにより観測された電離層の静穏時とオーロラ発生時の電子密度分布を用いて，上部から入射する VLF 波の地上におけるポインティングフラックスの大きさを full wave 計算によって求めている．この計算は均一多層分割法 (NAGANO *et al*, 1975) を異方性，等方性媒質すなわち電離層-自由空間-大地に応用したものであり，その技法についても簡単に記述している．計算例として，極地における VLF 波の下部電離層吸収に関し電子密度の依存性，地球磁気ふ角の依存性を調べた．最後に，季節の変化によって衝突回数分布が変化することを考慮し，その考察も加えた．

2. 計 算 方 法

この計算では，次の仮定を設けている．(1) 入射電磁波は平面波である．(2) 電離層内はコール I プラズマとし，イオンの影響を無視する．(3) 電離層は水平層状とする．この場合，平面水平層状媒質内の波動方程式は図 1 の座標系で次のようになる．

$$\frac{d\mathbf{e}}{dz} = -jk_0 \mathbf{T} \mathbf{e} . \quad (1)$$

ここに， $\mathbf{e} = (E_x, -E_y, \mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y)^t$ ， \mathbf{T} は媒質の組成と入射条件から構成される 4×4 行列である．

異方性媒質では式 (1) の解は \mathbf{T} の固有値に関する 4 つの特性波となり，等方性媒質では

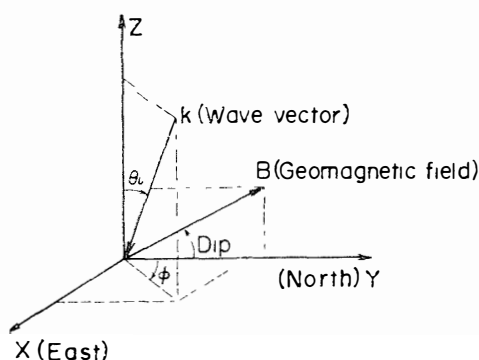


図 1 座標系

Fig. 1. The coordinate system

2つの特性波 (TE, TM モード) になる. 2つの媒質をそれぞれ n, m 層に分割し, 各層は均質と仮定する. 最上端, 最下端の電磁界ベクトルを $e(z_n), e(z_{-m})$ とするとこれらの関係は, 薄層における遷移行列 Q_l によって異方性, 等方性の区別なく次のように表される.

$$e(z_n) = Q_{n-1} Q_{n-2} \dots Q_0 \dots Q_{-m} e(z_{-m}). \quad (2)$$

異方性媒質における遷移行列 Q_l は T の相異なる 4 つの固有値より作られるが, 等方性媒質では, T の相異なる固有値は 2 個 ($\pm\lambda$) となり, Q_l は次式となる.

$$Q_l = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & 0 & -j(\lambda/\epsilon^*) \sin \alpha \\ 0 & \cos \alpha & -j(\sin \alpha)/\lambda & 0 \\ 0 & -j\lambda \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -j(\epsilon^*/\lambda) \sin \alpha & 0 & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$-m \leq l \leq -1.$

ここに $\alpha = k_0 \lambda h$, k_0 は自由空間の波数, h は層の厚さ, $\lambda = (\epsilon^* - S^2)^{1/2}$, ϵ^* は等方性媒質の複素誘電率 $\epsilon' - j\epsilon''$ である. また入射高度における媒質の屈折率を n とすると S は $n \sin \theta_i$ (θ_i は入射角) で与えられる.

数値計算は次の過程で行われる.

1) E_{\parallel}, E_{\perp} から成る任意の偏波の波が等方性媒質 (自由空間) を透過するものとして最下端で初期値が決められる. 最下端の電磁界ベクトル $e(z_{-m})$ は次式となる.

$$e(z_{-m}) = E_{\parallel} ((1 - S^2/\epsilon^*)^{1/2}, 0, 0, -\epsilon^{*1/2})^t + E_{\perp} (0, -1, (\epsilon^* - S^2)^{1/2}, 0)^t. \quad (4)$$

これらの波の電磁的性質は, 大地の誘電率, 導伝率および波の水平成分によって決められる.

2) 式 (2) にしたがって式 (4) の第 1 項, 第 2 項に別々に Q_l を乗算していく. その間にエバネッセント波の急激な成長に対し, 成長の乏しい透過波の数値埋没を防ぐため, Gram-Schmidt の直交化法が適用される.

3) 行列乗算が最上端まで達すると, 修正された独立な波 (エバネッセント波と透過波) が入射波および反射波と入射高度で接続される.

4) 境界条件を適用したのち, 最上端から最下端に向けて再合成を行う. この過程によって, 各高度の電磁界を求めることができる.

3. 電離層モデル

3.1. 電子密度分布

数値計算に用いた電子密度モデルは, 第 17 次南極地域観測隊によって打ち上げられた S-210JA-22 号機による下降時電子密度と第 14 次南極地域観測隊による S-210JA-18 号機の下

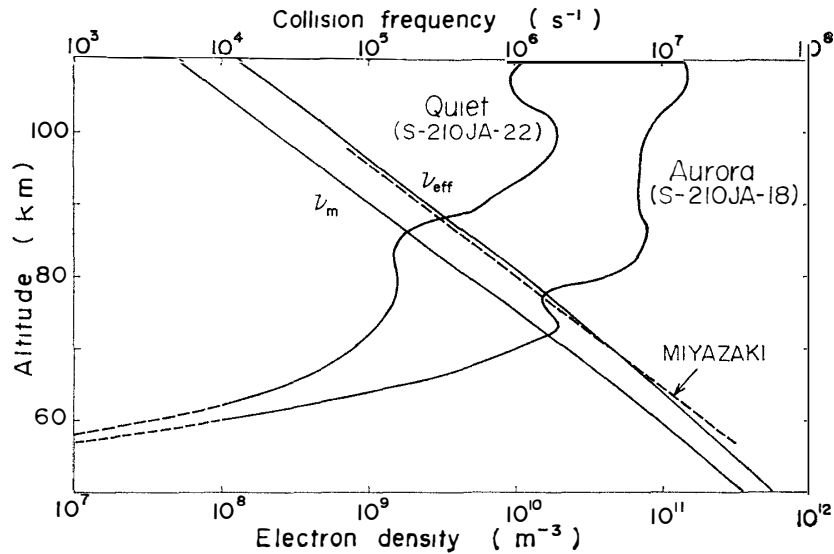


図 2 数値計算に使用した電子密度分布と実効衝突回数。オーロラモデルは電離層が乱れている時、S-210JA-18号機によって観測された電子密度である。静穏時モデルは電離層が静かな時、S-210JA-22号機によって観測された電子密度である。 ν_{eff} 曲線は実効衝突回数を示し、大気圧に比例する ν_m から得られる点線は MIYAZAKI (1975) によって報告された衝突回数分布である。

Fig 2 The electron density profiles and the collision frequency profile used in the full wave calculation The electron density profile labeled 'Aurora' was observed by the rocket S-210JA-18 when the ionosphere was in a disturbed condition and the one labeled 'Quiet' was observed by the rocket S-210JA-22 when the ionosphere was quiet The curve ν_{eff} is the effective collision frequency profile which is derived from ν_m being proportional to the atmospheric pressure The broken line for the collision frequency is after MIYAZAKI (1975)

降時に観測された電子密度を使用した(図2)。前者は小川他(1976)によって報告されたように地磁氣的に静かな時に、磁力線方向に発射されたロケットによる観測データである。我々はこの分布を静穏時モデルとした。一方、MIYAZAKI(1975)の報告によると18号機は上昇時にオーロラ発光域に突入しかつ横切っている。そのため著しい電子密度の増減が観測され、下降時における分布もかなり高い電子密度を示している。我々は、これをオーロラ発光時に観測された電子密度分布という意味で、オーロラモデルとした。

これらの現実的なモデルを使って得られる結果は我々に次のようなことを示唆する。オーロラモデルは1種のじょう乱時の電子密度分布とみなしてよい。したがってこの分布を使って計算することにより電離層にじょう乱が起こったとき、VLF波の示す伝搬特性を知ることができ、また静穏時と比較することによって特性の差異を見つけることができる。さらに、下部電離層の電子密度の変化が、電離層上部から下方に向かうホイスラー波の伝搬にお

よほす影響, 言い換えるならば, 磁気圏から電離層, 自由空間を経て大地に達する間に下部電離層が伝搬波に果たす役割を探ることができる.

3.2. 衝突回数分布

下部電離層吸収を調べるうえで衝突回数の仮定は最も重要である. 単一エネルギーを有する電子と中性粒子の衝突回数 ν_m は大気圧力に比例することが知られている (THRANE and PIGGOTT, 1966). すなわち,

$$\nu_m = 6.3 \times 10^5 P \quad (5)$$

ここに P は大気圧力 (N/m^2) で, 我々は 70°N , 12 月のデータ (COSPAR, 1972) を使用している. 一方電子のエネルギー分布を考慮した実効衝突回数 ν_{eff} を得るにはボルツマン方程式を解かねばならない. それによると ν_{eff} と ν_m は次の関係にある (BUDDEN, 1965).

$$\begin{aligned} \nu_{\text{eff}} &= 2.5 \nu_m & \nu_m \ll \omega, |\omega \pm \omega_H| \\ &= 1.5 \nu_m & \nu_m \gg \omega, |\omega \pm \omega_H| \end{aligned} \quad (6)$$

ここに ω_H はシャイロ角周波数である. 数値計算に ν_{eff} を用いる場合, 使用周波数および大気圧分布により式 (6) は不連続となるため係数 2.5 と 1.5 の 2 つの曲線をなめらかに接続し (DEEKS, 1966), それを実効衝突回数としている (図 2). 図中の点線は, MIYAZAKI (1975) が南極で CNA (cosmic noise absorption) から推定した衝突回数分布であるが, 我々の仮定した実効衝突回数と良い一致を示している. しかし, 下層大気圧には季節的変化があり当然, 衝突回数にもその変動が予想される. これに関し後の節で考察する.

4. 数 値 計 算

この論文では, ことわりのない限り数値計算はすべて大地が考慮された場合で行われており, 透過係数 (透過ポインティングフラックス) P_g が求められている. この P_g は, 電離層の上端において下方向に伝搬するホイスラー波のポインティングフラックスの絶対値と, 電離層より下の下方に伝搬する波のそれとの比で定義される. 先に記述したように, 自由空間中の波は TE, TM モードの 2 つの波の線形結合で表される. これらの各々について上昇波と下降波がある. 我々は, このうちの下降波を分離し, 電離層の下端から大地に向けて伝搬する波としている. 上昇波は大地によって反射された波である.

ところで, 電離層を経てホイスラー波が地上に透過するには, 電離層の上端において入射角が, いわゆるトランスミッションコーン (あるいはアクセプタンスコーン) 内になければならない. このコーン内に波法線のある波が地上まで伝搬し, ふたたび電離層に向けて反射

される。コーン外から入射した波は、エバネッセント波となり地上では著しく減衰して、下向き(-Z方向)の成分はほとんど消滅してしまう。TSURUDA (1973) はアクセプタンスコーン内に波法線があるときには、電離層下端を出口として、そのエミッタンス角をパラメータに数値計算を行ったが、我々の数値計算は電離層の上端における伝搬波の入射角をパラメータとしている。入射角 θ_i とエミッタンス角 θ_e との関係は、 $n \sin \theta_i = \sin \theta_e$ で表される。そのほかの計算パラメータの組は表 1 に示す。

表 1 数値計算に使用した定数
Table 1 Parameters used in the numerical calculation.

周波数 f	0.1, 0.5 kHz (静穏時) 1, 5, 10 kHz (オーロラ, 静穏時)
入射角 θ_i	$0^\circ \sim 8^\circ$
方位角 ϕ	$0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$
地磁気ふ角 Dip	$60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$
地球磁場	タイポール磁場
電離層モデル	静穏時モデル, オーロラモデル
大地定数	$\sigma = 10^{-8} \text{ } \Omega/\text{m}, \epsilon' = 10$

4.1. 周波数依存性

図 3 は静穏時およびオーロラ発生時のモデルを使って、地磁気ふ角 60° と 80° の周波数に対する透過係数 $P_g(\text{dB})$ を示す。トランスミッションコーンの角度 (θ_c) は鋭いピーク的位置にある。入射角 (θ_i) がこの角度より大きくなると自由空間の下降波はエバネッセント波となる。入射角によって減衰は著しく異なり、コーンをはすれると下降波は 0.1 kHz を除いて急激に消滅する。周波数が高くなると、衝突損失は大きくなるがコーンは広がる。 θ_c 付近でオーバーシュート現象が見られ、 P_g が 0 dB を越えることも起こりうる。これは、電離層吸収が小さい場合に、入射角がトランスミッションコーン角になると透過波のエネルギー方向が大地と平行になり、大地反射波と干渉し 1 種の共振現象と見なせる。入射する波が平面波であるならば物理的に起こり得る。しかし実際には入射波は有限の波束であるから、オーバーシュートは小さくなると考えられる。図を見ると、E-W の伝搬特性はほとんど対称であるが、N-S 伝搬の場合は非対称である。ふ角 60° 、周波数 10 kHz で、南半球の場合、北から南へ伝搬する波の透過係数は、南から北へ伝搬する波の透過係数より 5-10 dB 程大である。この傾向は周波数が高いほど顕著に現れる。0.1 kHz の場合を除いて、垂直にホイスター波が入射する時、周波数変化に対する透過係数は静穏時ではふ角 60° に対して $-12 \sim$

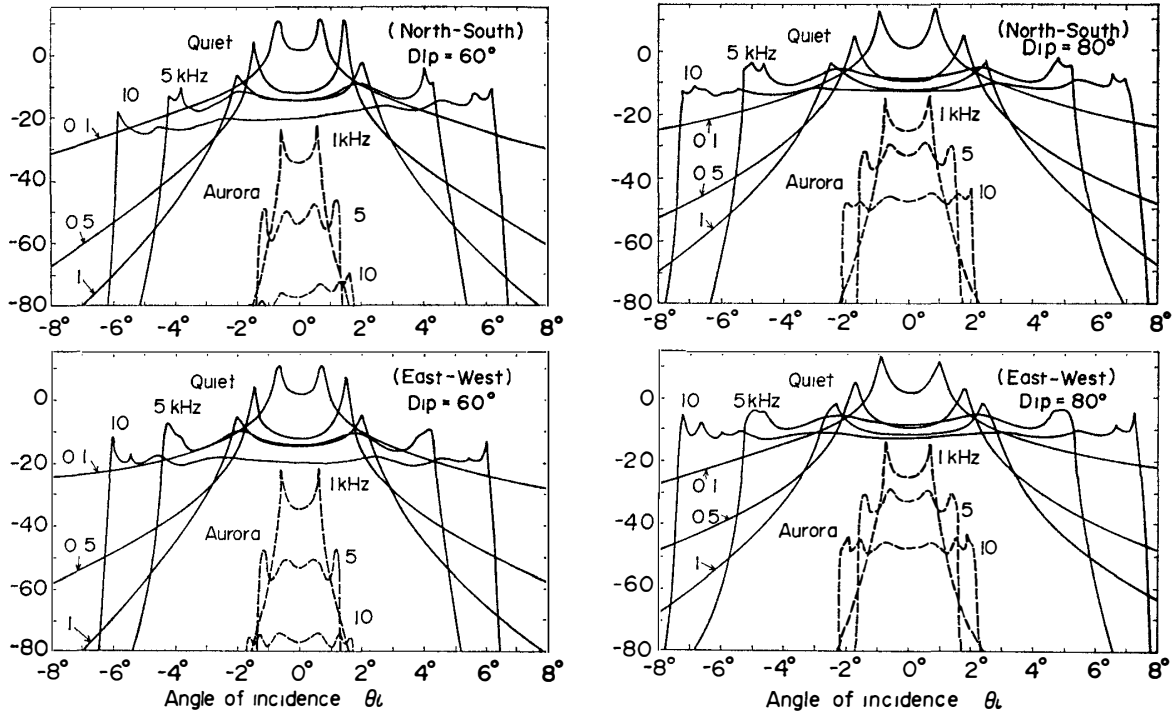


図 3 上方から入射する VLF 波の透過係数対入射角の周波数依存性. 実線は静穏時モデルに対する吸収曲線で, 点線はオーロラモデルに対する吸収を示す. 曲線に付けられた数値は, 周波数を示す.

Fig. 3. Penetration coefficients as a function of angle of incidence in N-S and E-W azimuths for a whistler wave incident onto the ionospheric models, Fig. 2, from above. The solid curves show the results for model 'Quiet' and the broken curves for model 'Aurora'.

-20 dB, 入角 80° に対して -8~-12 dB となる. 一方オーロラ発生時には, P_g はそれぞれ -35~-77 dB, -25~-48 dB の範囲内にあり, 静穏時の 3-4 倍 (dB 値) の吸収を受ける. 周波数依存性は入角が小さい時に現れ, オーロラモデルのほうが, 静穏時モデルよりも強く現れることがわかる. 入角 70° の場合の計算結果は, すべて入角 60° と 80° の中間の傾向を示すので省略する.

4.2. 地磁気入角依存性

実際の電離層では, 電子密度分布, 磁場強度は緯度とともに変わる. しかし, この計算例では, 電子密度分布の緯度変化はないものとして図 2 に示されたモデルを使った. 地球磁場はダイポール近似で求められ, 緯度依存性は, この地球磁場の傾きの変化による. 図 4 は, 周波数 5 kHz に対して求められた入角依存性を示す吸収曲線である.

電離層が静かなときには入角の変化に対し, 透過係数の変化はそれほど大きくないが, じ

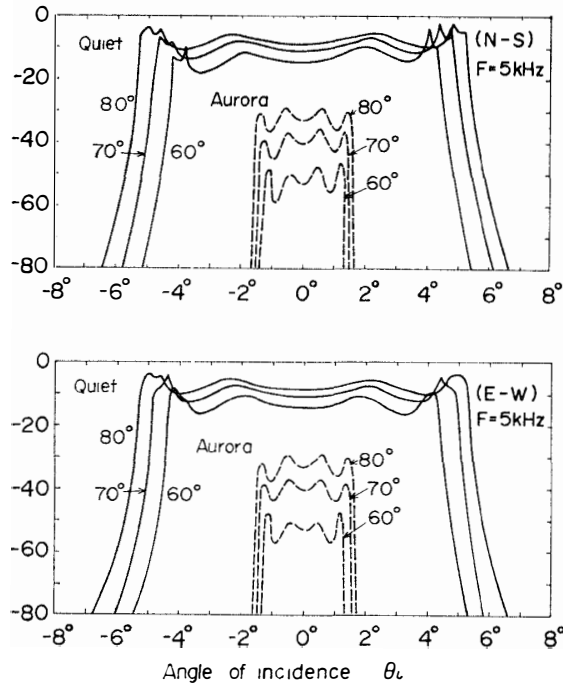


図 4 上方から入射する VLF 波の透過係数対入射角の地磁気ふ角依存性。実線は静穏時モデルに対する吸収曲線で、点線はオーロラモデルに対する吸収を示す。曲線に付けられた数値は、地球磁場のふ角を示す。

Fig 4. Dependence on the dip angles of the penetration coefficients as a function of the incident angle The solid curves show the results for model 'Quiet' and the broken curves for model 'Aurora'.

よう乱時には静穏時のおよそ 3 倍 (dB 値) の変化がある。各ふ角 (60°, 70°, 80°) による両モデルの衝突吸収の差を調べると、1 kHz では 10–20 dB, 5 kHz では 20–40 dB, 10 kHz では 30–60 dB となる。佐藤他 (1979) は、VLF 自然電波の昭和基地-アイスランドの共役点観測で、ふ角が大きいアイスランドでは減衰が小さいことを報告している。この原因の 1 つとして、上述の計算例で示したようにふ角の違いによる効果もあると考えられる。また、高い周波数では丸みを帯びたピークが見られ、 P_{θ} 曲線は大きく波うっている。 θ_i は静穏時モデルでは 2°–6° (1, 5, 10 kHz に対して) 内にあるが、オーロラモデルでは 0.5°–2° と狭くなる。これは VLF 波の入射点における電子密度が高いためである。さらに図は、コーン内では磁力線と平行に進もうとする波が最も減衰が小さいことを示している。

4.3. 電磁界の高度分布

図 5 に典型的な電磁界の高度分布の例を示す。 E_{xy} , \mathcal{E}_{xy} は電磁界 E_x , E_y , \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y より求めた E , \mathcal{E} ($Z_0 H$, Z_0 は特性インピーダンス) の水平成分を最上層の成分で規格化したものである。

大地は、導伝性を有する導体として考えられるから電界 E の水平成分は大地上で零点を示し、磁界の水平成分は波の最大点になっている。入射高度から見ると電界の減衰がほとんどないように見えるが、これは見掛上であって、電界の振幅は屈折率の平方根の逆数に比例

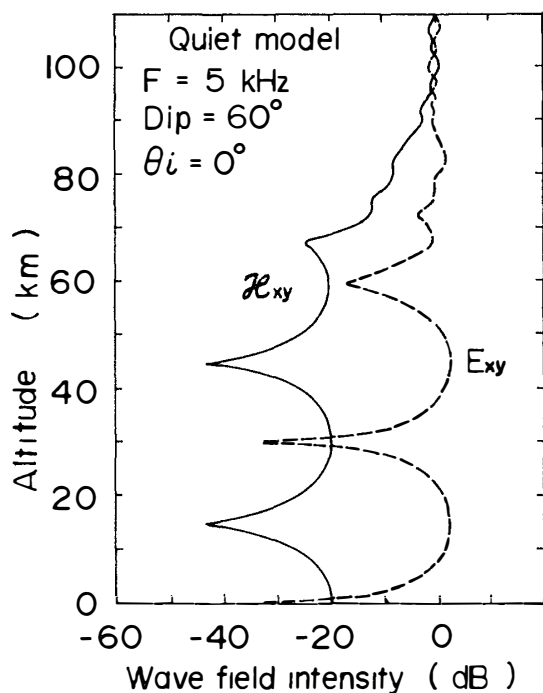


図 5 電離層の最上端の強度で規格化された電磁界水平成分 \mathcal{H}_{xy} , E_{xy} の高度分布

Fig 5. The height distributions of the horizontal magnetic field \mathcal{H}_{xy} and electric field E_{xy} normalized by the horizontal field intensity at the top.

しているからである。周波数が高くなると自由空間における定在波現象は顕著に現れる。また入射角が θ_0 の角度を越えたとき、自由空間におけるこの現象は弱くなり、電磁界は徐々に減衰する。この電磁界分布から、地上では磁界強度の観測が適している。

5. 衝突回数の季節変化による考察

衝突回数が、大気圧に比例することは式 (5) で述べた。極地方における大気圧の季節変化の資料は、あまり発表されていないようであるので、我々は COSPAR (1972) からその季節変化を調べた。図 6 は、 70°N における大気圧の月別変化を示す。高度 85 km 以下では冬期に比して夏期は大きく、それ以上の高度では逆の傾向にある。当然衝突回数は、図 6 の大気圧に比例して変動するから高度 85 km を境にして様子が変わる。これを用いて、下部電離層中の月別衝突損失を調べた。垂直入射でふ角 70° における計算例を図 7 に示す。前節の計算と同様に入射波のポインティングフラックスの絶対値を 1 (0 dB) とし、数値計算は表 2 を使った。ここでは、衝突回数の変化による効果のみを考慮する立場から、大地を無視してある。静穏時モデルの場合、衝突損失は、4 月の吸収曲線をはさんで 8 dB 以内の減衰幅であり、じょう乱時モデルでは、10-30 dB の減衰幅がある。いずれも冬期よりも夏期の方が大きく減衰し、周波数が高くなるほど吸収差が大きい。VLF ヒスは、夏季にほとんど地上で観測されない事実を吸収の立場で考察すると、静穏時モデルではその傾向があると言えるだ

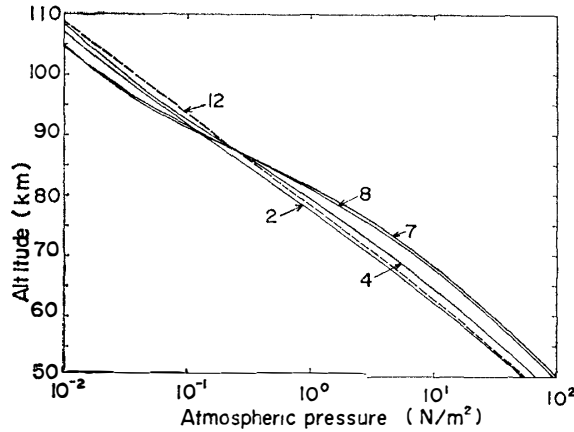


図 6 季節変化をともなう大気圧の高度分布 これらの曲線は COSPAR (1972) の北緯 70° から得た。点線はこの数値計算に用いた分布で数字は月を示す。

Fig 6 Seasonal variations of the atmospheric pressure at latitude 70°N taken from COSPAR (1972) The numbers in the figure show the month.

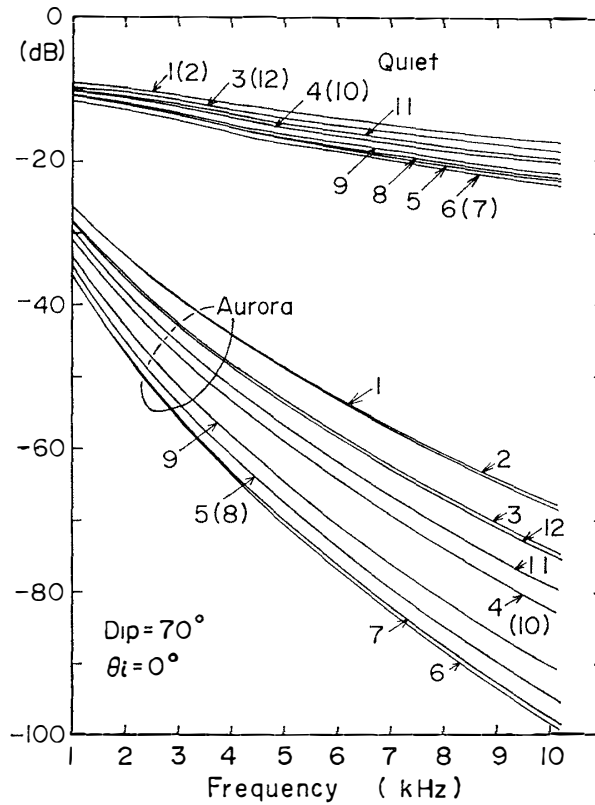


図 7 大地を無視した時の透過係数の季節変化。実効衝突回数 ν_{eff} は図 6 の大気圧分布から得られる

Fig 7. Seasonal variations of the penetration coefficients when the ground effect is neglected The effective collision frequencies were derived from the atmospheric pressure profiles in Fig. 6.

けてあるが、ヒス発生と下部電離層のじょう乱に強い相関がある場合には、図 7 に見られるように周波数 5 kHz 以上では、夏期 (6 月, 北半球モデル) の吸収は冬期 (1 月) に比して 20-30 dB 増加している。これは観測結果の説明に重要な要因として考えられる。一方、周

表 2 数値計算に使用した定数
Table 2. Parameters used in the numerical calculation.

周波数 f	1~10 kHz (1 kHz ごと)
入射角 θ_i	0°
方位角 ϕ	0°
地磁気ふ角 Dip	70°
地球磁場	0 443 gauss (シャイロ周波数1 239 MHz)
電離層モデル	静穏時とオーロラ発生時モデル

波数 2 kHz 以下では季節変化は小さい。

吸収の季節変化は大気圧モデルで高度 85 km 以下の変化と対応している。これは、いずれの電離層モデルにおいても、高度 85 km 以下で吸収が起きていることを示している。

6. ま と め

極地域における VLF 波の下部電離層吸収に関し、大地の効果を入れた full wave 計算を行った。その主な結果は次のようである。

- (1) 吸収は電子密度分布に大きく依存し、下部の電子密度が大きいほど衝突損失が大きい。
- (2) 周波数が高くなると損失が大きい。
- (3) 損失には地磁気ふ角の依存性が有り、磁力線が垂直に近いほど吸収が少ない。

特にオーロラ発生時には衝突回数のおよそ変動に対して、VLF 波の衝突損失は大きく変化することを示した。したがって極光帯における地上での VLF 強度観測値を解析するには、下部電離層の正確な電子密度分布と同時に衝突回数分布が必要であろう。

謝 辞

南極のロケット観測による電子密度の資料を提供していただいた郵政省電波研究所宮崎茂博士、小川忠彦博士に感謝の意を表します。

文 献

- BUDDEN, K. G. (1965): Effect of electron collision on the formulas of magneto-ionic theory. *Radio Sci.*, 69 D (2), 191-211.
- COSPAR (1972): COSPAR International Reference Atmosphere, ed. by STICKLAND, A. C., Berlin, Akademie-Verlag, 202 p.
- DEEKS, D. G. (1966). Generalized full wave theory for energy-dependent collision frequencies. *J.*

- Atmos. Terr. Phys, **28**, 839–846.
- MIYAZAKI, S. (1975). Relation between lower ionospheric electron density profiles and cosmic noise absorption during auroral zone disturbances. *J. Geomagn. Geoelectr.*, **27**, 113–129.
- NAGANO, I., MAMBO, M. and HUTATSUSHI, G. (1975). Numerical calculation of electromagnetic waves in an anisotropic multi-layered medium. *Radio Sci.*, **10**, 611–617.
- 小川忠彦・森 弘隆・宮崎 茂 (1976) 南極ロケット S-210JA-22 と S-310JA-1 による電子密度・温度の観測. 地球電気磁気学会, **II**-22.
- 佐藤夏雄・勝田 豊・鮎川 勝・福西 浩・平沢威男 (1979): 昭和基地-アイスランド地磁気共役点観測. 南極資料, **64**, 146–158.
- THRANE, E. V. and PIGGOTT, W. R. (1966) The collision frequency in the *E*- and *D*-regions of the ionosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, **28**, 721–737.
- TSURUDA, K. (1973). Penetration and reflection of VLF waves through the ionosphere. Full wave calculations with ground effect. *J. Atmos. Terr. Phys.*, **35**, 1377–1405.

(1979年4月15日受理)