

## オーロラトモグラフィにおける再構成アルゴリズムの 数値シミュレーションによる検討

浦島 智<sup>1</sup>・藤田 淳文<sup>1</sup>・麻生 武彦<sup>1,2</sup>

### A Study of the Reconstruction Algorithm for Auroral Tomography by Numerical Simulation

Akira URASHIMA<sup>1</sup>, Atsufumi FUJITA<sup>1</sup> and Takehiko ASO<sup>1,2</sup>

**Abstract:** We have been studying reliable reconstruction of auroral luminous forms from simultaneously observed multiple tomographic images. Recent international collaborative observation has made it possible to obtain simultaneous auroral images at 4–6 observing sites. Here, we investigate the reconstruction algorithms which can be applied to auroral tomographic inversion. Analytical algorithms such as a back projection with filtering method and algebraic ones such as MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique), SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) and a pseudo inverse matrix method are studied along with a relevant constraint called the p-approximation. Numerical simulation for these methods shows that MART and SIRT are superior to the other methods, and also the p-approximation works well for aurora locations having poor observing conditions.

要旨: 我々は 1987 年以降, オーロラ観測画像よりその発光強度分布を求める研究を行ってきた。近年, 国際共同観測によりこれまでのステレオ観測に比し, 多点での観測による同時観測画像を取得することができるようになった。これに伴い, ステレオ画像の解析でこれまで用いてきたオーロラ再構成アルゴリズムや医療用 CT で用いられているアルゴリズムの応用について数値的な検討を行うことにした。本論文では, フィルター付き逆投影法のような解析的な手法や, MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) 法や乗法的 SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) 法, 擬似逆マトリクス法のような代数的な手法について, p-近似と名付けた修正法とも合わせて再構成のシミュレーションを行い, 4~6 点の観測においては MART 法や乗法的 SIRT 法が優れていること, また一定の条件下で p-近似が有用であることを確かめた。

#### 1. はじめに

計算トモグラフィとはある対象の投影値より元の構造を推定するものである。オーロラの画像はオーロラの投影そのものであり, これにトモグラフィの技法を適用することにより, オーロラの空間的な発光強度分布を推定することができる。この発光強度分布はオーロラ粒

<sup>1</sup> 京都大学大学院工学研究科, Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto 606-01.

<sup>2</sup> Present address: 国立極地研究所, National Institute of Polar Research, 9-10, Kaga 1-chome, Itabashi-ku, Tokyo 173.

子のもつエネルギーに依存するため、トモグラフィによって得られる情報はオーロラ粒子のエネルギーの推定、ひいてはオーロラ生成機構の解明に直接つながっている。

トモグラフィのもっとも成功した分野として医療用 X 線 CT がある。この場合、測定する人体は静止しており、ほぼあらゆる角度から投影を自由に得ることができる。これに対し、オーロラの場合は超高層における自然現象であり広範囲に広がっているため、投影の得られる方向及び観測点数が限定されてしまう。しかし、オーロラという対象には地球磁力線に沿って降下する粒子による発光という基本的な性質があるため、これを構造の推定時に組み入れることが考えられる。このため発光構造の推定には、おのずと医療用の X 線 CT の場合とは異なる方法が用いられる。

物体のあらゆる方向からの投影よりその 2 次元もしくは 3 次元的な内部構造を推定し得ることが、1917 年に Radon によって示され、現在に至るまで多くの計算トモグラフィの手法が提案されてきた(斉藤, 1993)。医療用の X 線 CT に使われているのは解析的な重畳積分法などであるが、その他にも ART (Algebraic Reconstruction Technique) 法のような代数的な手法や関数近似の方法などもある。こういった多くの方法の中で、オーロラの発光強度分布の推定にもっとも適した方法については、まだ十分に確立しているとは言えない。

我々は、オーロラのステレオ観測画像からの構造の推定、すなわちオーロラの再構成という研究を行ってきた。これはまず南極でのステレオ観測画像の逆解析に始まり (Aso *et al.*, 1990)、次いで 1991 年にはアイスランドにおいて、国立極地研究所と共同での 2 点観測が行われた (Aso *et al.*, 1993; 麻生ら, 1994)。更に 1995 年 3 月及び 1995 年 12 月には、スウェーデンスペース物理研究所と協同して、スウェーデン北部で初めての多点でのトモグラフィ観測が行われた。これらのデータをもとに、幾つかの方法を用いて 2 次元画像からの 3 次元構造の推定すなわち再構成を行い、特徴的なオーロラ構造に対してそれらの復元結果を得ることができた。

本論文では、これらの観測データやさらに将来取得されるデータをもとにオーロラの 3 次元再構成を行うにあたり、用いるべき再構成手法を模索するため、上述の幾つかの手法を用いた再構成シミュレーションを行い、その結果より各手法の比較検討を行うものである。

まず第 2 章において各種再構成手法を説明し、次に第 3 章において再構成のシミュレーションを行う。最後に第 4 章でこれらの結論及び将来の展望を述べる。

## 2. オーロラトモグラフィの手法

本論文で使用するオーロラトモグラフィの手法は、解析的手法と代数的手法に大きく分けることができる。解析的方法としては、フィルター付き逆投影法や Peyrin 法などがあり、代数的方法としては、MART (Multiplicative ART) 法、乗法的 SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) 法や擬似逆マトリクス法がある。また同時に、対象をオーロラと

することにより、オーロラの持つ基本的な性質を再構成に盛り込む手法を使用することができる。

この章では、まずそれらで共通して使われる用語や記号等について説明した後、それぞれの方法について説明する。

## 2.1. セルと投影

本論文では、オーロラの空間的発光強度分布は、セルモデルを用いて表すことにする。これは、空間を十分小さな領域に分割し、それぞれの領域に一つの発光強度を持たせることによってオーロラの発光を記述するものである。この一つ一つの領域をセルと呼ぶことにする。

オーロラ画像中の  $i$  番目のサンプル画素のグレイレベル  $g_i$  は、あらかじめカメラ特性等の補正をしているものとするれば、画素が空間に張る円錐領域の積分によって、

$$g_i = \int \frac{L(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^2} dV, \quad (1)$$

と表すことができる。ただし、 $\mathbf{r}$  は観測点を原点とする空間上の位置ベクトルを、 $L(\mathbf{r})$  はその位置での単位体積単位時間当たりの放射光子数を表すものとする。また、大気による散乱や吸収は無視している。

そしてこれに対応するセルモデルでの画素のグレイレベル  $g_i$  は、

$$g_i = \sum_j w_{ij} L_j, \quad (2)$$

と表すことができる。ただし、 $j$  はセルの番号であり、 $L_j$  はそのセルの発光強度を表す。 $w_{ij}$

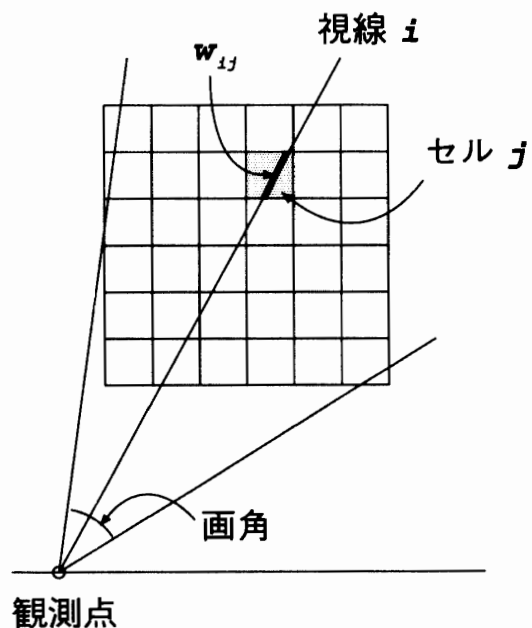


図1 セルと視線の関係 ( $w_{ij}$  はセル  $j$  が視線  $i$  の画素値に寄与する重み)

Fig. 1. Relation between cell and line-of-sight ( $w_{ij}$  is a weight of cell  $j$  contributing to gray level for line-of-sight  $i$ ).

は、 $j$  番目のセルが画素  $i$  へ寄与する重みを表わす係数である。

本論文では図 1 に示すように、この画素の張る空間上の円錐の立体角が十分に小さいものとして、 $i$  番目の画素の中心に対応する空間上の直線、すなわち  $i$  番目の視線がセル  $j$  を横切る長さを  $w_{ij}$  としている。つまりカメラ特性等の補正を行い上述の仮定をおけば、 $i$  番目の画素のグレイレベルは、これに対応する視線に沿った発光強度の線積分で表されることになる。

## 2.2. フィルター付き逆投影法

Radon によって数学的にラドン逆変換の厳密解が示されて以来、多くのアルゴリズムが提案されてきた。ここではまず解析的な手法の一つとして、フィルター付き逆投影法と呼ばれる方法について説明する。

この方法は、

$$\tilde{L}'_j = \sum_i \frac{g_i w_{ij}}{\sum_{j'} w_{ij'} \sum_{i'} w_{i'j}}, \quad (3)$$

のようにして、投影データを逆投影したものに対して、フーリエ変換を施し、波数空間上でフィルター関数  $H(S)$  を掛けた後、フーリエ逆変換で元に戻す方法である。フィルター関数  $H(S)$  は、Shepp-Logan のフィルター関数、

$$H(\rho) = \begin{cases} \frac{2S_H}{\pi} \left| \sin\left(\frac{\pi S}{2S_H}\right) \right| & |S| \leq S_H \\ 0 & |S| > S_H, \end{cases} \quad (4)$$

を用いる。 $S_H$  は遮断波数であり、投影サンプリング間隔で決まるナイキスト波数  $S_N$  より小さくしている。

今回、このフィルター付き逆投影はセル全体に対して行われるが、結果は視線の横切るセルのみで示し、評価される。

この手法は繰り返し法と異なり、計算量も比較的少ない方法である。しかし、もともとあらゆる方向からの投影が得られることを前提として、再構成結果を得る方法であるため、今回のような投影を得る方向が限られる条件下では、十分に信頼できる結果が得られない恐れがある。

## 2.3. その他の解析的手法

前節に挙げた方法以外にも、様々な解析的手法が提案されている。この節では、本論文ではシミュレーションによる比較を述べないが、これまで検討を行った手法について触れることにする。

まず PEYRIN (1985) が提示した前節のものと類似の方法がある。この方法は、2次元もし

くは3次元の対象物に対し、それを囲む円上もしくは球面上のすべての位置に観測点があるような場合に、投影データに重みをつけた逆投影とそれに対するフィルタリングにより、理論的に元の分布を再構成できるというものである。この重みをつける関数は、2次元と3次元の場合についてそれぞれ2種類が示され、このうちの 하나가、前節の方法と同様なものとなっている。

次に、工藤ら (KUDO and SAITO, 1990) の提案した Two Stage アルゴリズムがある。これは、3次元ラドン変換の反転公式より導き出されたもので、観測点配置が対象物を囲む円上や螺旋上、直交する2つの円上の3種類の場合について述べられている。

これらの方法は、元来医療用 CT を念頭において導かれたものであり、観測点が数多くしかもかなり自由な配置にとることができる場合に有効なものである。そのため、オーロラのように広範囲に広がりまた観測点が限られてしまう対象には、そのまま適用できず、データの補間などの特別な工夫が必要となる。

#### 2.4. MART 法・乗法的 SIRT 法

ART 法と呼ばれる代数的な方法として、MART 法、乗法的 SIRT 法 (GILBERT, 1972) がある。これらは反復法であり、繰り返し計算をすることにより、徐々に解へと近づいていく方法である。

MART 法は、再構成に用いる視線の一つ一つについて順に各セルに、

$$\tilde{L}_j^{(k+1)} = \tilde{L}_j^{(k)} \left( \frac{g_i}{\tilde{g}_i^{(k)}} \right)^\lambda \frac{w_{ij}}{\max(w_{ij})}, \quad (5)$$

という乗法的更新を行うものである。この更新をすべての視線について行い、それを一回の反復とする。ただし、

$k$ : 更新回数,  $\lambda$ : 緩和係数,

$g_i$ : 視線  $i$  の観測画像から取得したグレイレベル,

$\tilde{g}_i$ : 視線  $i$  の現在のセルの値から計算したグレイレベル,

である。この内、緩和係数  $\lambda$  は収束の速さを決める定数であり、大きいほど収束が早くなるが、あまり大きくすると発散してしまう。本論文では、経験的に定めた値を用いる。

式 (5) により、 $L_j$  はそれが関わる視線について、観測画像からのグレイレベル  $g_i$  が再構成からのグレイレベル  $\tilde{g}_i$  より大きければ値を大きく修正され、逆に観測画像からのグレイレベル  $g_i$  が再構成からのグレイレベル  $\tilde{g}_i$  より小さければ値を小さく修正される。これによって、セルの値は画像の値に適合するように更新されていく。

乗法的 SIRT 法は、一つ一つのセルに対し、

$$\tilde{L}_j^{(k+1)} = \tilde{L}_j^{(k)} \prod_i \left( \frac{g_i}{\tilde{g}_i^{(k)}} \right)^\lambda \frac{w_{ij}}{\sum_i w_{ij}}, \quad (6)$$

という更新を行う。すべてのセルについて更新を行い、それを一回の反復とする。

この式 (6) により、 $L_j$  は観測値のグレイレベル  $g_i$  と再構成のグレイレベル  $\tilde{g}_i$  との比を、すべての視線について重み付き相乗平均したものによって更新される。平均化することにより、収束は MART 法に比べて遅いものの、画像ノイズに対して強い再構成となる。

MART 法・乗法的 SIRT 法は、繰り返し法であるため初期値が必要で、また比較的計算量が多くなりがちである。しかし単純で分かりやすく、サンプルデータに矛盾のない限り、観測値のグレイレベルの条件を満たすようにセルの値を合わせることができると考えられる。

## 2.5. 擬似逆マトリクス法

式 (2) は、視線の数を  $m$ 、未知セルの数を  $n$  として、

$$w = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mn} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$g = (g_1, g_2, \dots, g_m)^T, \quad (7)$$

$$L = (L_1, L_2, \dots, L_n)^T, \quad (9)$$

とすると、

$$g = wL, \quad (10)$$

のように書ける。ただし添字  $T$  は転置行列を表す。

この式はグレイレベルの情報が十分以上あるような  $m \geq n$  の場合、一般化逆行列を用いて、

$$L = (w^T w)^{-1} w^T g, \quad (11)$$

のように解くことができる。しかし、本論文の場合、それほど多くの観測点が取れないため情報が十分でなく、解が不定である可能性もある。

そこで、式 (2) を満たすという条件を、

$$E = \sum_i \left( g_i - \sum_j w_{ij} L_j \right)^2, \quad (12)$$

として表されるエネルギー関数  $E$  を最小化するという問題に置き換えれば、少なくとも一つの解にたどり着くことができるはずである。

また、このエネルギー関数  $E$  に他の制約条件を入れることも難しくはない。今回は、特定のセルに不必要に強い発光強度を与えないための条件として、

$$e = - \sum_j \left( \frac{L_j}{\sum_{j'} L_{j'}} \log_n \left( \frac{L_j}{\sum_{j'} L_{j'}} \right) \right), \quad (13)$$

で表されるエントロピー  $e$  を用いる。  $e$  は 0~1 の値を取り、偏りが大きいほど 0 に近い値を取り、分布が一様の際は 1 となる。  $W$  を重みのパラメータとして、エントロピー  $e$  を用いて、

$$E = \sum_i \left( g_i - \sum_j w_{ij} L_j \right)^2 + W(1-e)^2, \quad (14)$$

のようにエネルギー関数を書けば、グレイレベルの条件の他に、エントロピーを最大化するという条件が入ることになる (CICHOCKI and UNBEHAUEN, 1993)。

ここではこの最小化問題を解くために、Levenberg-Marquardt 法 (PRESS *et al.*, 1988) を用いることにした。また、発光強度を表すセルの値  $L_j$  が 0 より小さくなることは有り得ないので、解の探索の際にセルの値が負となる試行を禁止することにより、セルの値が更新により 0 より小さくならないようにしている。

この方法は、制約を入れるのが非常に簡単であるという利点がある。しかし、セルの数すなわち未知数の数が多いため、計算量や計算時に使用にするメモリ量が非常に大きくなる。このため計算機能力の都合上、現在のところ比較的セル数が少なくすむ 2 次元での場合にのみしか使用できない。また、この方法も初期値を必要とする。

## 2.6. その他の代数的方法

代数的方法には、以上で挙げた方法の他に加法的な ART 法や SIRT 法も存在する。しかしこれらの加法的な方法は、これまでに行ったシミュレーションによると、乗法的な方法に比べて収束が遅く利点が多くない。

また、セルを用いてオーロラを表わす代わりに、一定の関数を用いてオーロラを表わし、その関数のパラメータの更新により再構成を行うモデル関数法と呼ばれる方法も、大きく分類すると代数的な方法に分類されるが、これについては、すでにシミュレーションによる検討がなされているので、やはりここでは述べないことにする (藪ら, 1993)。

## 2.7. p-近似

本論文で、トモグラフィの対象としている物体はオーロラである。オーロラに対してはこれまで多くの研究がなされており、それより幾つかの知見が得られている。そこでオーロラの再構成をする際に画像以外の情報として、オーロラ構造に関する基本的な性質を制約として組み入れることができれば、観測点数が限られているという制限をある程度緩和でき、より良好な再構成が得られるものと思われる。

今回用いる p-近似 (proximity average approximation) とは、オーロラが磁力線に沿うという性質を再構成の発光強度分布に制約として付加するために試みた方法であり、オーロラの磁力線に沿ったプロファイルが近傍で似通ったものであるという仮定に基づいている。

p-近似は、セルモデルに対して図 2 に示すように、

- 1) あるセルに対して，そのセルの中心を通る磁力線に沿ったプロファイルと，その近傍のセルに対する同様なプロファイルを，高さ毎に平均化した新しいプロファイルを作成する。
- 2) そのセルに対する磁力線に沿ったプロファイルの積分値と，新しいプロファイルの積分値が等しくなるように，新しいプロファイル全体の大きさを調整する。
- 3) 大きさを調整した新しいプロファイルの，そのセルと等しい高さの値を，新しいセルの値とする。

というセル値の再配分を繰り返しの途中で夫々のセルに対して行う。

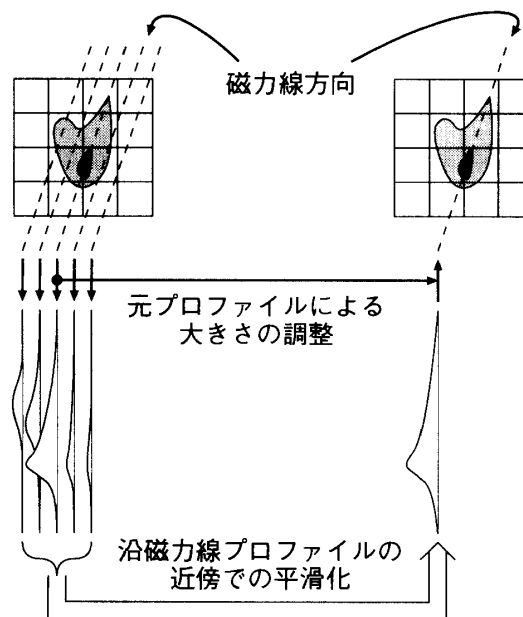


図2 p-近似の方法

Fig. 2. Process of p-approximation.

これにより，p-近似を行う前のセルの値にできるだけ近い形で，磁力線に沿ったプロファイルの形状が平均化され，セルの値の分布がより磁力線に沿う形になる。

p-近似はセル値の分布に一定の偏りを与える修正法である。したがって，たとえp-近似前のセルの値がサンプル画素の条件を満たしていたとしても，p-近似後のセルの値は条件を満たさなくなる。そこで，再構成の結果に対してp-近似を用い，その結果を初期値として再びMART法・乗法的SIRT法や擬似逆マトリクス法のような方法を用いる。この繰り返しのより，磁力線に沿ったプロファイル形状が近傍で似通ったものとなりながら，サンプル画素の条件をも満たすよう解に漸近する。

p-近似という方法は繰り返し法と共にしか使えないが，比較的弱い仮定で磁力線に沿う性質を導入でき，また平均化の過程で画像のノイズの影響を少なくすることが期待される。



### 3. シミュレーションによる検討

本章では、前章に述べたオーロラの再構成方法を用いてシミュレーションを行い、それを検討する。

#### 3.1. シミュレーションの方法

再構成のシミュレーションは次のような手順で行われる。まず復元対象とするオーロラのモデルを作り、それを観測した擬似画像データを生成する。これをそれぞれの手法で再構成を行い、この結果を元のモデルと比較し、手法の評価を行う。

モデルは、オーロラが磁力線に沿うという性質を反映しつつ、できるだけ簡単な数式で表せるようにするために、発光強度の空間分布の関数が磁力線方向の関数と水平方向の関数に分離できるものとする。つまり、まず磁力線方向を地理的北から時計回りの方位角  $\phi$ 、天頂角  $\theta$  で表すとして、南を  $x$ 、東を  $y$ 、鉛直上向きを  $z$  とする直交座標  $(x, y, z)$  の  $z$  軸を磁力線方向に傾けた座標  $(x', y', z')$  を考える。これら二つの座標系の間には、

$$x' = x + z \tan \theta \cos \phi, \quad (15)$$

$$y' = y - z \tan \theta \sin \phi, \quad (16)$$

$$z' = z \sec \theta, \quad (17)$$

の関係がある。そして、この座標系でオーロラの発光強度の空間分布を表す Luminosity 関数  $L(x, y, z)$  を、

$$L(x, y, z) = L(x', y', z') = L_{\text{horizontal}}(x', y') L_{\text{altitude}}(z'), \quad (18)$$

のように表す(藪ら, 1993)。それぞれの関数には、個々のオーロラモデルごとに適当な関数を用いる。

以上で生成した関数より、空間上の適当な位置に設定したセルに値を与える。セルの値は、そのセルの中心位置での関数の値とする。このセルを共通視野領域に捉えるように複数の地上の観測地点を設定し、式(2)に従ってその観測地点からの画像のグレイレベルを取得する。

この時、一つの観測点からしか見えておらず、再構成の際に発光の領域を一定の範囲に制限することのできないオーロラ、すなわちゴーストオーロラが生じるのを防ぐために、再構成に用いる視線の方向には次のような制限を加える。オーロラが基本的に地磁気東西方向に伸びるものであることから、できるだけ南北方向となるように観測点の対を作り、図3の左側に示すような、この対の共通視野領域にオーロラが含まれるように視線をとる。逆に言えば、共通視野領域に含むことのできないオーロラがある場合、一つの観測点からの画像に写っていたとしてもその部分は再構成には使用しない。これは、図3の右側に示すように、オーロラが図中のBのように写っていれば問題はないが、図中のAのような場合は、オーロ

ラの発光の範囲が全く限定できないためである。また A と B が同時に写っているような場合にも、A と B が分離できないため再構成に使用しない。この制限が適用できない場合は再構成が困難になるため、形状を仮定するといった p-近似よりも強い仮定をおいた制約の導入が必要となる。

当然セルはこの共通視野領域とほぼ同位置に設定されるが、再構成を行う上で実際に使われるセルは、特にこの共通視野領域に含まれるセルのみとする。また初期値を必要とする再構成手法の場合、この共通視野領域のセルにのみ一様な値を与え、これを初期値とすることにする。それ以外のセルには 0 を与えるが、式 (5) (6) から明らかなように、MART 法及び乗法的 SIRT 法ではこれらの値は更新されない。

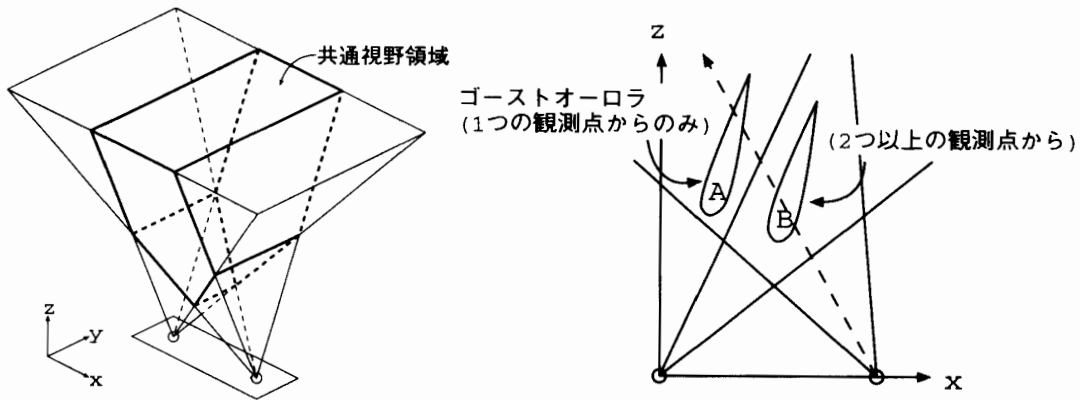


図3 共通視野領域とゴーストオーロラの関係 (A は再構成出来ない)

Fig. 3. Relation between common field of view and ghost aurora (A is not seen from both observing sites, and cannot be reconstructed).

再構成は、前章において挙げた幾つかの方法を用いて行う。

再構成の結果は、次の二つの指標を用いて評価する。一つはモデルより得られるサンプルグレイレベル  $g_i$  と再構成グレイレベル  $\tilde{g}_i$  とを用いて、

$$R_{es} = \sqrt{\frac{\sum (\tilde{g}_i - g_i)^2}{\sum g_i^2}}, \quad (19)$$

によって表されるグレイレベルの残差  $R_{es}$  である。もう一つはモデルのセルの値  $L_j$  と再構成したセルの値  $\tilde{L}_j$  とを用いて、

$$C_{or} = \frac{\sum_j \tilde{L}_j L_j \sum_j 1 - \sum_j \tilde{L}_j \sum_j L_j}{\sqrt{\sum_j \tilde{L}_j^2 \sum_j 1 - (\sum_j \tilde{L}_j)^2} \sqrt{\sum_j L_j^2 \sum_j 1 - (\sum_j L_j)^2}}, \quad (20)$$

と表されるセル相関  $C_{or}$  である。

グレイレベル残差  $R_{es}$  は、再構成結果がどの程度画像からの制約を満たしているかを示し、0 に近ければ近いほど良いものであり、セル相関  $C_{or}$  は再構成結果がどの程度元のモデルの

形状に近いかを示し、1に近いほど良い結果を与える。

### 3.2. 2次元でのシミュレーション

まず、2次元での p-近似を用いない再構成のシミュレーションを行う。このシミュレーションの結果の評価については次節に述べるものとする。

シミュレーションのモデルとしては、y 方向に均一に伸びるアーク状のオーロラを考える。その x-z 断面を表わす関数の  $L_{\text{horizontal}}(x')$  は薄いシート状構造の厚みを簡単に表せるなめらかな関数としてガウス関数

$$L_{\text{horizontal}}(x') = \exp\left(-\frac{(x'-p_1)^2}{\sigma^2}\right), \quad (21)$$

を用いる。また  $L_{\text{altitude}}(z')$  はチャップマン型の関数もとに、BANKS *et al.* (1974) の計算に適合するように変形した関数、

$$L_{\text{altitude}}(z') = \begin{cases} \exp\{1 - p_3(z'-p_2) - \exp(-p_3(z'-p_2))\} & (z < p_2) \\ \exp\{-\sqrt{p_4(z'-p_2)}(1 - \exp(-\kappa p_4(z'-p_2)))\} & (z \geq p_2) \end{cases}, \quad (22)$$

を用いる。ただし、

- $p_1, p_2$ : オーロラの中心位置のパラメータ、
- $p_3, p_4$ : 磁力線に沿ったオーロラの中心からの上下の幅のパラメータ、
- $\sigma$ : オーロラカーテンの厚みのパラメータ、
- $\kappa$ : Banks らの計算結果に合わせるための定数、

である。

シミュレーションは x-z 平面上で行うものとして、この面上に観測点は 50 km おきに 3 点置き、各観測点から 0.2° ごとの方向にサンプルデータを取る。再構成する範囲は幅 50 km、高さ 100 km とし、それを 25×50 に分割して 2 km×2 km のセルを置くことにした。

オーロラのモデルは観測点に対して、3 種類の位置に配置する。1 番目の位置は、観測点の一つの磁気天頂にオーロラが出現する場合で、その観測点からの画像により、オーロラカーテンの厚さを特定することができるため、もっとも良い再構成が期待される。これを配置 A とする。2 番目の位置は、オーロラを貫く磁力線のフットポイントが観測点によって挟み込まれるようになっている場合で、オーロラカーテンの両側からデータが取得できるため、比較的良い再構成が期待される。これを配置 B とする。3 番目の位置は、オーロラを貫く磁力線のフットポイントが観測点群から外れたところにある場合で、オーロラカーテンの片側からしかデータが取得できないため、他の場合ほど良い再構成は期待できない。これを配置 C とする。

モデルと観測点の配置を図 4 に示す。P1~P3 と書かれた点が観測点であり、セルは図示の長方形の内部に設定されている。モデルオーロラの発光強度は最大値を 100% とし、五段

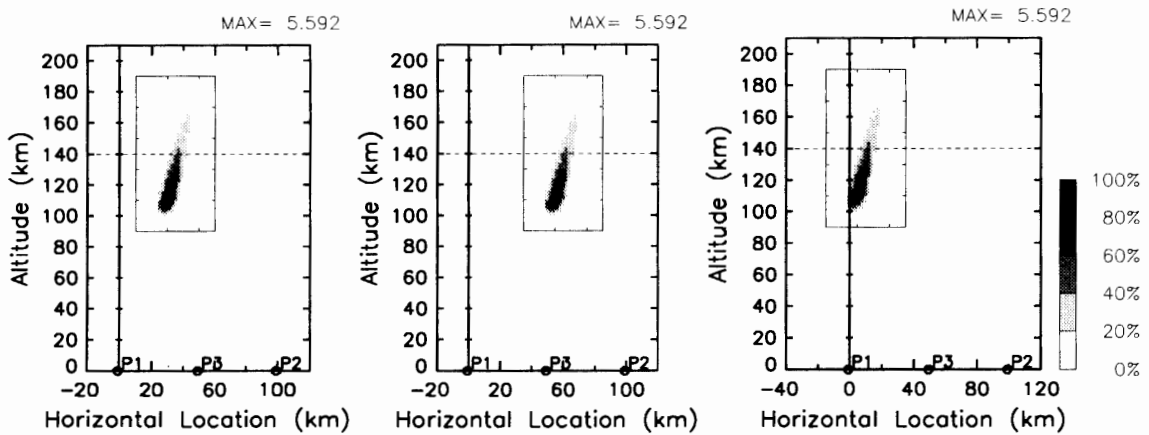


図4 再構成に用いるオーロラモデルと観測点 (左より配置 A, B, C)

Fig. 4. Aurora model for reconstruction and observing sites (positions A, B and C from left to right).

階の濃淡で描かれている。横方向の点線は、2次元の場合には示さないが、同時に出力される水平方向の断面図の位置を表わす。

このシミュレーションにおいては、次の6種類の手法で再構成を行った。

- 1) フィルター付き逆投影法. フィルターの遮断波数  $S_H$  は  $0.2 \text{ (km}^{-1}\text{)}$  とした。
- 2) MART 法. 緩和係数  $\lambda$  は, 0.8 とした。
- 3) 乗法的 SIRT 法. 緩和係数  $\lambda$  は, 0.8 とした。
- 4) 擬似逆マトリクス法. エントロピーの制約はいれない。「制約なし」と表記する。
- 5) 擬似逆マトリクス法. エントロピーの制約をいれ, 重み  $W$  を  $10^3$  とした。「制約中」と表記する。
- 6) 擬似逆マトリクス法. エントロピーの制約をいれ, 重み  $W$  を  $10^5$  とした。「制約強」と表記する。

この内, 重み  $W$  は式 (14) において, エントロピー最大の条件をグレイレベル一致の条件に対してバランス取らせるための係数で, この値が大きいかほどエントロピーをより大きくする方向へセルの値が更新されることになる。

これらの6種類の方法の内, フィルター付き逆投影法以外の方法は繰り返し法であるため, ある程度の反復を行った後に, これを打ち切らねばならない。そこでここでは32回の反復の後に打ち切ることとした。

再構成結果の内, 配置 A でのフィルター付き逆投影法の結果を図5に, 配置 B での MART 法の32回の繰り返しの後の結果を図6に, 配置 C での擬似逆マトリクス法(制約中)の結果を図7に示す。また, 各配置別に反復回数-セルの相関を再構成手法毎にグラフにしたものを図8に, 各配置別に反復中のグレイレベル残差-セル相関をグラフにしたものを

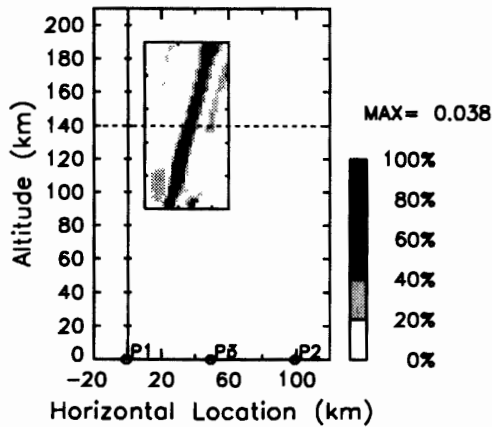


図 5

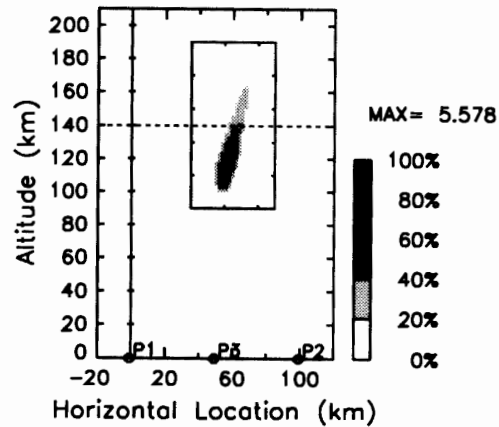


図 6

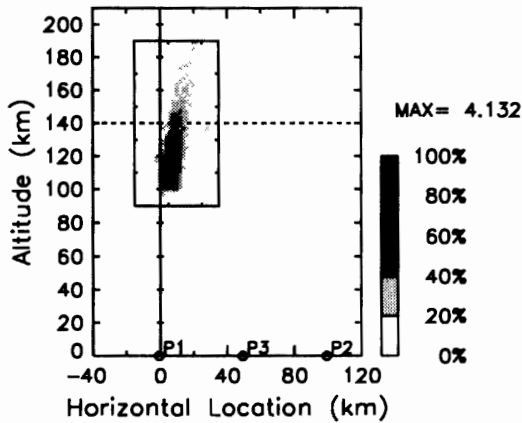


図 7

図 5 フィルター付き逆投影法による再構成結果 (配置 A)

Fig. 5. Reconstruction by back projection with filtering (position A).

図 6 MART 法による再構成結果 (配置 B)

Fig. 6. Reconstruction by MART (position B).

図 7 擬似逆マトリクス法 (制約なし) による再構成結果 (配置 C)

Fig. 7. Reconstruction by pseudo inverse matrix method (no constraint) (position C).

図 9 に、各配置-再構成後のセルの相関をグラフにしたものを図 10 に示す。ただし図 8, 9 では縦軸のスケールが夫々異なっている。

### 3.3. 2次元でのシミュレーション結果の評価

図 5~7 の濃淡図を、図 4 の対応する図を比較すると、図 5, 図 7, 図 6 の順に後のものほどモデルと相似なものとなっているが、これは図 10 から読み取ることのできるセル相関値と対応していることが分かる。また、ここでは示さないが、グレイレベル残差についても同様に、再構成されたオーロラの疑似観測画像のモデルの画像に対する相似性と対応していることが分かっている。よって本節では、これらの値のグラフのみで議論を行う。

まず、図 8 の反復回数-セル相関のグラフは、繰り返し法に関してその手法の最終的な再構成結果への収束の様子を示している。

配置 A と配置 B では大体似通った傾向を示し、MART 法は非常に収束が速いが、それに対して他の方法は収束により多くの反復回数を必要としている。また、全体に配置 A より配

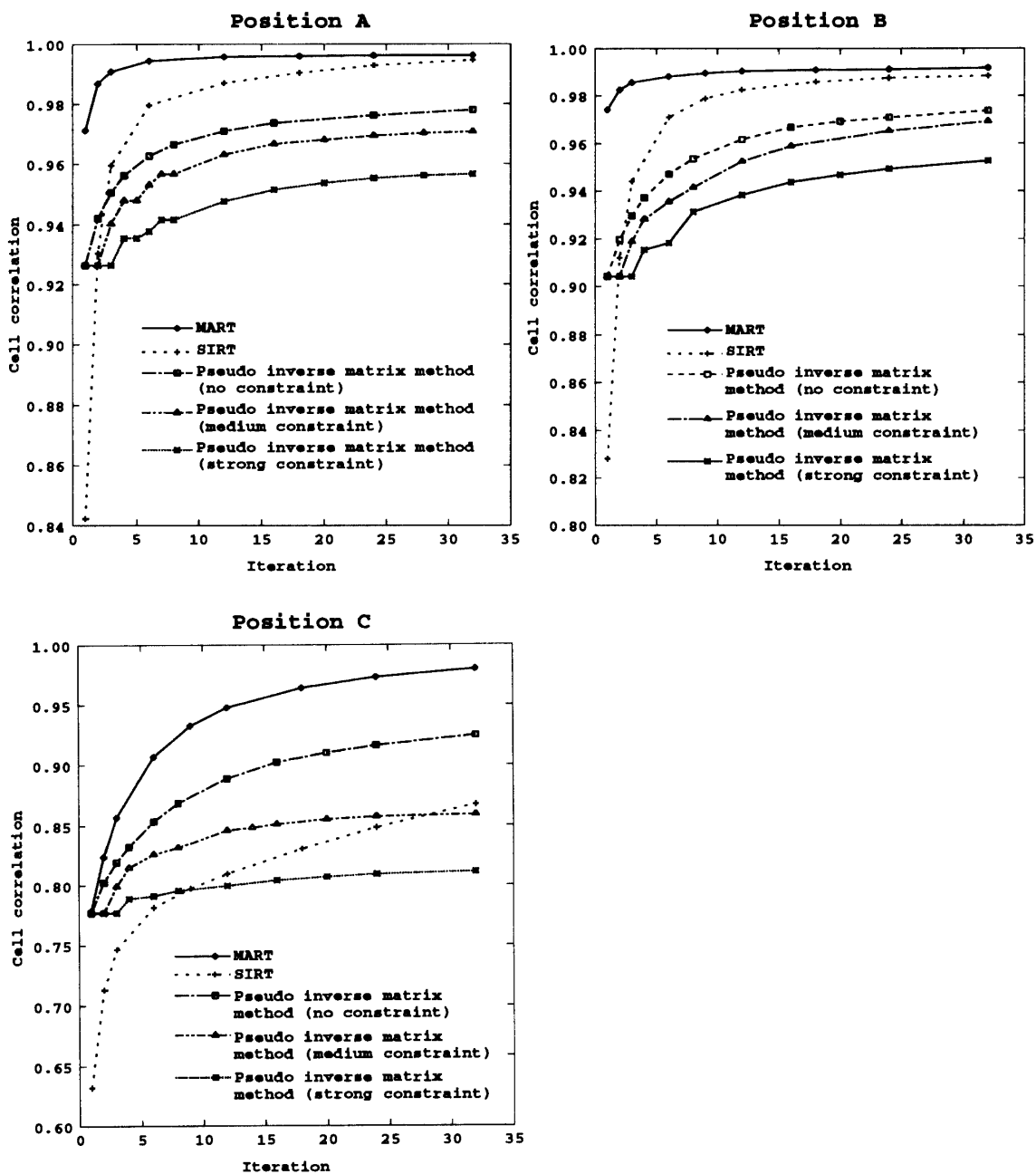


図8 配置 A, B, C での反復回数-セル相関の関係

Fig. 8. Cell correlation versus iteration number for positions A, B, C.

置 B の方が、収束が遅くなっている。配置 C に関しては、どの方法も 32 回の繰り返し回数ではまだ十分に収束しているとはいえないが、そのなかでも特に乗法的 SIRT 法の収束が遅くなっている。これは、配置 C ではオーロラのカーテンの片側からしかデータがなく、オーロラの形状に関する決定的な情報を欠いているためと思われる。

次に、図 9 のグレイレベル残差-セル相関のグラフからは、繰り返しに対してグレイレベ

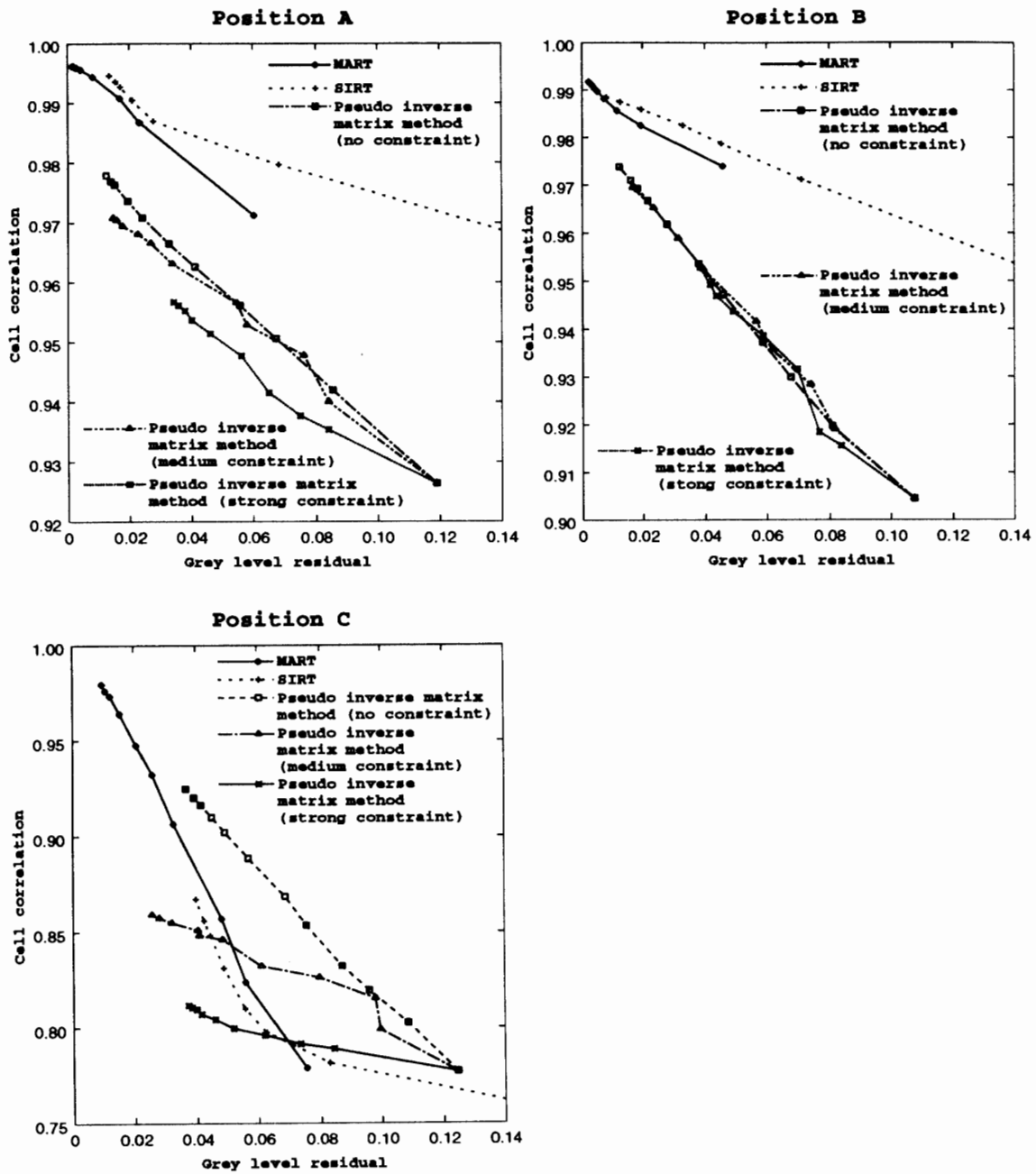


図9 配置 A, B, C でのグレイレベル残差-セル相関の関係  
 Fig. 9. Cell correlation versus gray level residual for positions A, B, C.

ル残差を小さくしていく各再構成手法の軌跡を外挿し、グレイレベル残差が0となるところでセル相関がどのような値となるかを見ることによって、その手法を用いて多くの反復を行った場合にどの程度の再構成ができるかを類推することができる。

MART 法と乗法的 SIRT 法は似通った再構成手法であるためか、どの配置でも同じような軌跡をたどっている。配置 B ではどの手法も大体同じセル相関の値へと向かっているが、配

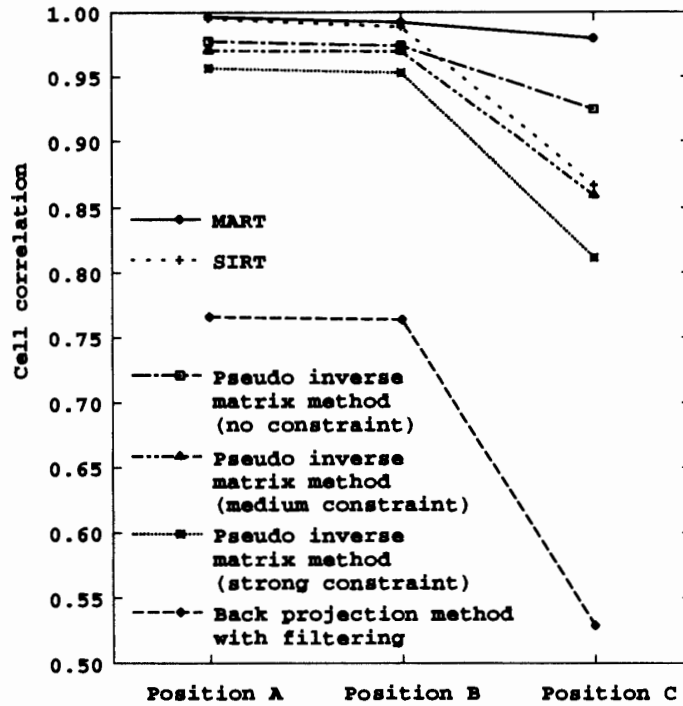


図 10 配置による再構成結果の違い

Fig. 10. Reconstruction results for three distinct positions A, B, C.

置 A では、MART 法・乗法的 SIRT 法が擬似逆マトリクス法より幾分セル相関値の大きいところに向かっている。これは、MART 法・乗法的 SIRT 法の性質がシミュレーションに用いたモデルの性質と合致したためと思われる。配置 C では、MART 法・乗法的 SIRT 法・擬似逆マトリクス法（制約なし）が、同じようなセル相関値へと向かっているのに対し、擬似逆マトリクス法の制約中・強がそれぞれ別のセル相関値へと向かっていることが示されている。これは、情報量が少ないため解が一意に定まらず、多様なセルの値を解として持つことができるためと考えられる。

最後に、配置別セル相関のグラフは、今回のシミュレーションにおける各再構成手法の結果の良否を示している。

これも、配置 A と配置 B は大体似通った傾向を示し、MART 法・乗法的 SIRT 法がもっとも良く、次に擬似逆マトリクス法の制約なし・制約中で、擬似逆マトリクス法の制約強がそれより少し下回っている。フィルター付き逆投影法は、かなり相関が小さくなっている。配置 C では、各手法間の値の違いが大きい。また、MART 法は他に比べて非常に良い値となっているが、乗法的 SIRT 法は擬似逆マトリクス法の制約なしを下回っている。フィルター付き逆投影法は、さらに低い相関となっている。擬似逆マトリクス法の中では、全体として制約なしがもっとも良く、制約中、制約強の順となっているが、これはエントロピーを大きくするという制約が今回のモデルのような磁力線に沿う発光強度分布に対しては、必ずしも適合しないということによると考えられ、より合理的な制約を考える必要がある。



全体としてみると、**MART**法がもっとも良い結果を与え、乗法的**SIRT**法がこれに続いている。また、擬似逆マトリクス法は、**MART**法と同等程度に収束するにはより多くの繰り返しを必要とするようである。

フィルター付き逆投影法は、他に比べてあまり良い結果を得ていない。これは、今回のような観測点数の少ない場合に適用したからであるが、図 11 に示すように、観測点数を増やせば結果はかなり改善されることが分かる。

また、観測点とオーロラの位置関係が再構成に重要な影響を与えることも再確認された。

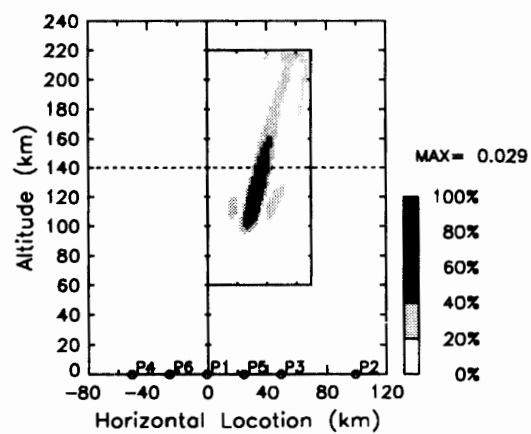


図 11 観測点を 6 点に増やした場合のフィルター付き逆投影法による再構成結果  
Fig. 11. Reconstruction by back projection with filtering from 6 observing sites.

### 3.4. 2次元での p-近似を用いた場合の改善

以上の節では、画像からのデータのみを利用して、特に先験的な知識を用いずに再構成を行う場合について述べてきたが、この節では p-近似という再構成の改良法を用いた場合に、どの程度再構成結果が改善されるのか、また p-近似を組み合わせる再構成手法間での結果の違いなどについて検討することにする。

まずオーロラのモデルとしては、前々節で用いたモデルをそのまま使用する。また観測点は 3 点とし、モデルと観測点の配置は前々節に示した配置 A と配置 C についてのみシミュレーションを行うことにした。これは、前々節において配置 A と配置 B との間で結果にそれほど大きな違いがなかったことによる。サンプルも同様に  $0.2^\circ$  ごとにとり、セルの設定も同様とした。

再構成を行う手法は、**MART**法、乗法的**SIRT**法、擬似逆マトリクス法（制約なし）、擬似逆マトリクス法（制約強）にそれぞれ p-近似を組み合わせる 4 種類の手法とした。

どの方法においても、6 回の **MART**法などの繰り返し法の後に p-近似を行い、その後再び繰り返し法を行うということを繰り返した。そして、繰り返し法と p-近似の合計が 27 回となったところで再構成を打ち切った。フィルター付き逆投影法は、p-近似と組み合わせることができないため、このシミュレーションは行わない。

上記の4種類の手法のすべてにおいて、p-近似で磁力線に沿ったプロファイルの平均化を行う水平方向の幅は±3セル分、つまり±6kmとした。

配置別に、p-近似を行った場合と行わない場合について、27回目のセル相関値を比較したグラフをを図12に示す。

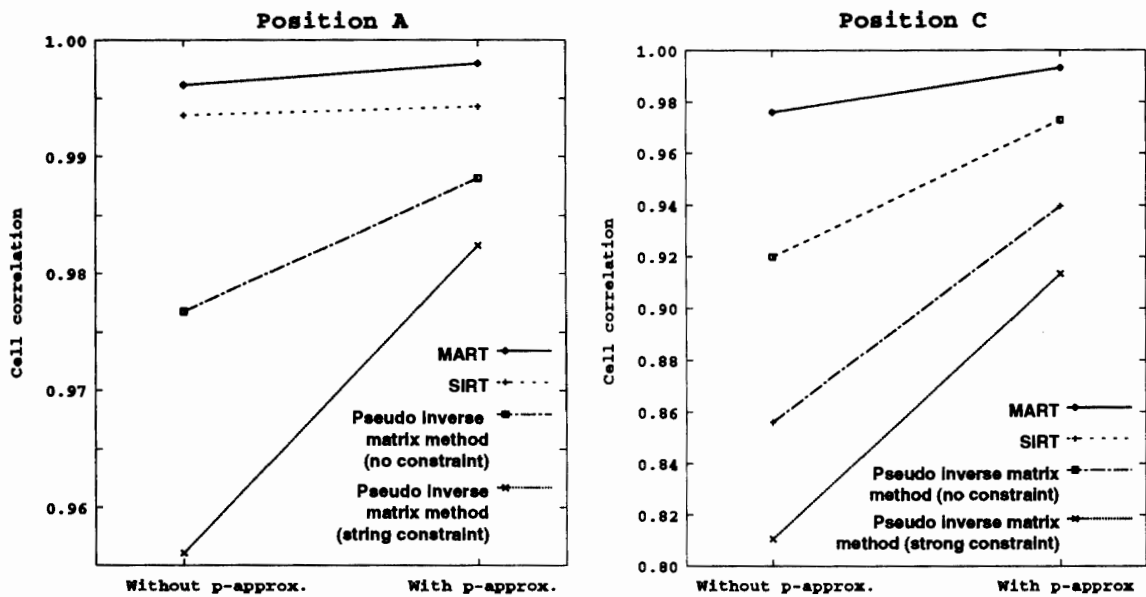


図12 配置 A, C での p-近似の有無によるセル相関の違い  
 Fig. 12. Cell correlation with and without p-approximation for positions A, C.

これを見ると、配置 A, C 共に、どの再構成法においても、モデルが p-近似に適合するものであるため、p-近似を用いた方が用いない場合よりも良い結果となっている。また、大体において p-近似を用いない場合の結果が良くないものの方が、p-近似による改善が大きいことも分かる。

配置 A と配置 C とでは、配置 C の場合の方が p-近似による改善が大きいですが、これは配置 C の場合、再構成に必要な画像からの情報があまり多くないため、p-近似によって加わった制約が大きく効いてくる結果である。

ただどちらの配置においても、p-近似を加えた場合にもセル相関値の大きさの順序は、p-近似を加えない場合と変化がない。これより、ここでは p-近似と各再構成手法に同程度の改良を与えていることが分かる。

全体として、p-近似は磁力線方向プロファイルの平均化という、それほど強い制約を加える方法ではないにも関わらず、磁力線に沿うという性質を加えて再構成の結果を改善する上で、かなり効果的な方法であるといえる。

3.5. 2次元でのノイズを加えた場合のシミュレーション

これまで観測画像データにはノイズがないものとして、シミュレーションを行ってきた。しかし実際の画像濃度値には通常ノイズが含まれている。この節では、再構成に用いるデータにノイズを加えて再構成を行うことにより、各手法がどの程度の影響をノイズから受けるかを明らかにする。

モデルと観測点に関してはこれまでの設定を引き継ぎ、特に配置 A についてのみシミュレーションを行うことにした。

再構成するデータは、平均 0、標準偏差 4.83 の正規分布ノイズを元のグレイレベルに加算した後、整数化することによってノイズを加えたものとする。これは、これまでの我々の観測における実際の画像に加わっているノイズより強いものとなっている。

再構成する手法は、MART 法、乗法的 SIRT 法および擬似逆マトリクス法（制約なしと制約強）とした。また、これらの方法に前節と同様に p-近似を加えた場合についてもシミュレーションを行った。どちらも、繰り返し回数は 27 回とした。

ノイズを加えない場合と加えた場合、p-近似を加えた場合と加えない場合について、それぞれの方法でのセル相関をグラフにしたものを図 13 に示す。

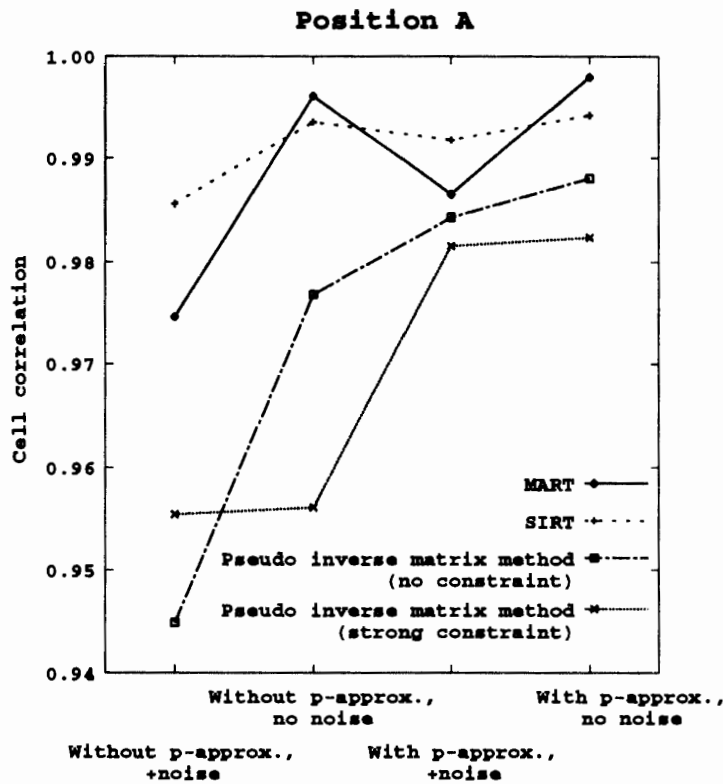


図 13 p-近似のある場合と無い場合でのノイズによるセル相関への影響  
 Fig. 13. Influence of gray level noise with and without p-approximation.

これを見ると、MART法と擬似逆マトリクス法（制約なし）がノイズに弱く、乗法的SIRT法はわずかに影響を受け、擬似逆マトリクス法（制約強）はほとんどノイズの影響を受けないことが分かる。これは、MART法と擬似逆マトリクス法（制約なし）が、ノイズの加わったデータをそのまま再構成しようとするのに対して、乗法的SIRT法では平均化の作用が含まれていてこれがノイズの影響を減らす効果があるためであると思われる。また擬似逆マトリクス法（制約強）では、エントロピーによる制約がノイズの影響を抑制する効果があるためと思われる。

また全体に、 $p$ -近似を加えた場合のノイズによるセル相関の減少は、 $p$ -近似を加えない場合よりも小さく、 $p$ -近似に伴う平均化によってノイズの影響が軽減されていることも分かる。

ここで、特にMART法と乗法的SIRT法の反復回数-セル相関のグラフを図14に示す。これを見ると乗法的SIRT法が、反復に対してセル相関が単調増加しているのに対し、MART法では、約8回目の反復を最大として、その後わずかながらセル相関が減少している。これは、MART法ではノイズの影響を押さえるためには、ある程度の反復回数で繰り返しを打ち切る必要があるということを示している。しかし、どの時点で打ち切るべきかは必ずしも明らかではない。

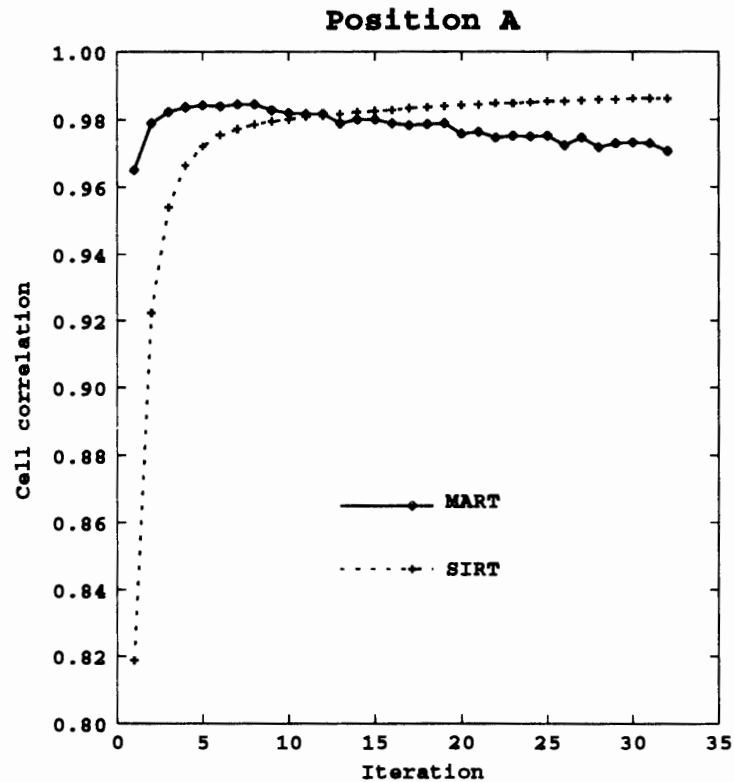


図14 ノイズを加えた場合のセル相関の推移 (MART法と乗法的SIRT法の場合)  
 Fig. 14. Cell correlation versus iteration number with gray level noise (by MART and SIRT).

全体としてノイズが加わった場合には、MART 法よりも乗法的 SIRT 法の方が良い結果を与えること、また擬似逆マトリクス法（制約強）はノイズには強いものの、もとのノイズのない場合の結果があまり良くないため、結果としては他に劣る結果となることが分かった。

### 3.6. 3次元でのシミュレーション

本節では、3次元での再構成のシミュレーションを行うことにする。ただこの場合、観測点位置やオーロラモデルの位置や形状など、考慮すべきパラメータが多数あり、全体を眺めることが非常に難しい。そこで、ここでは実際の観測をモデルとして、それに近いシミュレーションを行い、その評価を行うことにする。

具体的には、第1章にも述べた1995年の3月のスウェーデンにおける観測を元にして、磁力線方向や観測点位置を設定し、オーロラのモデルに関しては、実際の解析結果に近い適当な位置形状のモデルを設定した。観測点数は4点とした。基本的に  $-x$  方向を北としているが、ここではセルの設定の都合上、 $-x$  方向から時計回りに約  $15^\circ$  水平に回転した方向を、地理的北としている。

オーロラのモデルは、 $L_{\text{altitude}}(z')$  をこれまでと同じ式 (22) とし、 $L_{\text{horizontal}}(x', y')$  は、

$$L_{\text{horizontal}}(x', y') = \exp\left(-\frac{(x' + \text{spline}_A(y' + \text{spline}_B(x')))^2}{\sigma^2}\right) \text{spline}_C(y' + \text{spline}_B(x')), \quad (23)$$

のように、適当な関数  $\text{spline}(\ )$  をつかって、 $x$  方向に幅が一定で  $y$  方向の位置によって発光強度が変化する帯状の関数を折り曲げたモデルを生成した。

このモデルの三面図を図15に示す。この配置を配置 D とする。この三面図は、適当な位置の  $x, y, z$  を各一定とした互いに直交する面上の発光強度分布を、その面上でのセルの発光強度の最大値を 100% として、濃淡により示したものである。内側の刻みのついた長方形が

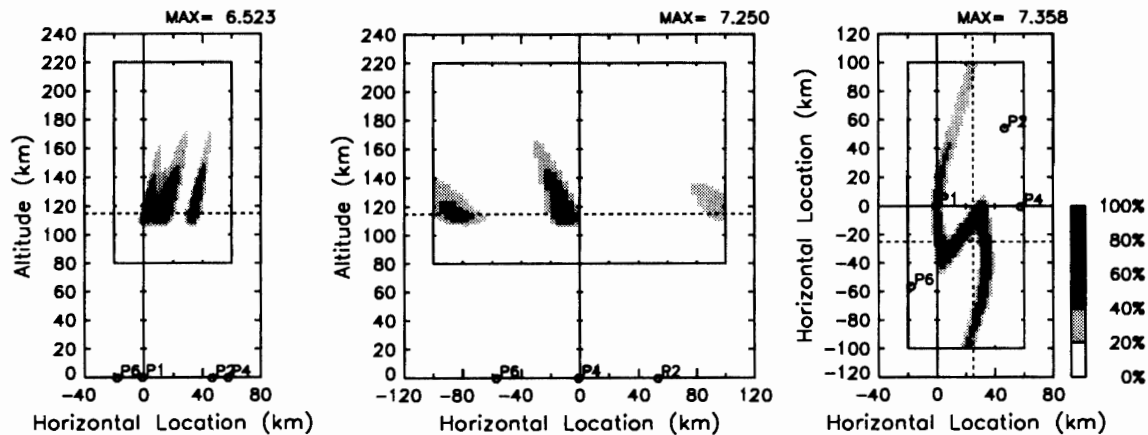


図15 モデルオーロラの三面図 (配置 D)  
 Fig. 15. 3-plane graphs of model aurora (position D).

空間内で立方体となるセルの範囲を示し、P1~P4と示されているのは観測点位置を各面に、垂直に投影した点である。左側と中央の図は鉛直面で、横方向に引かれた点線は右側の水平面の図の高度を示している。また、右側の図の横の点線は左側の図の、縦の点線は中央の図の位置を示している。

また、三面図のみでは全体の様子を掴みにくいため、セル全体の中心から斜め上方に 800 km 離れた位置より見た、投影図を図 16 に示す。投影図の左下の数字は、画像中心の指す方向をセルに対する方位角と天頂角で示したものであり、この図よりオーロラカーテンのフォールドの様子が見て取れる。このモデルは、観測点がオーロラを貫く磁力線のフットポイント付近にあり、良好な再構成が期待できる。

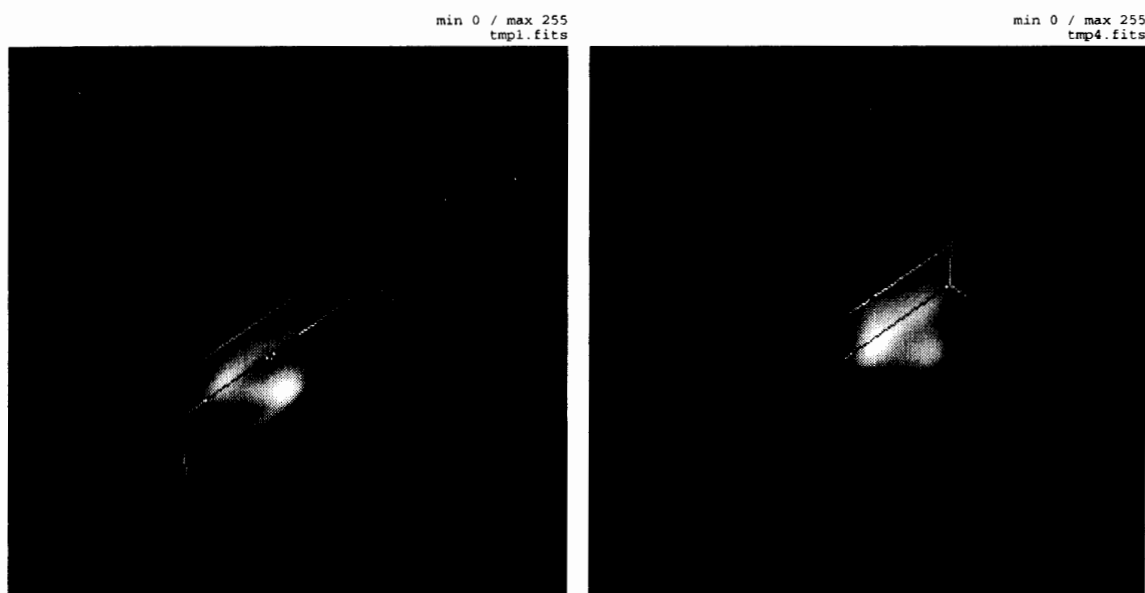


図 16 モデルオーロラの投影図 (配置 D)  
Fig. 16. Visualization of model aurora (position D).

この設定したモデルをもとに、各観測点からの観測データを生成し、MART 法、乗法的 SIRT 法及びそれらに p-近似を加えた場合の、4 種類の再構成法でシミュレーションを行った。各再構成法の繰り返し回数は 34 回に固定し、p-近似は MART 法もしくは乗法的 SIRT 法を 6 回行うごとに 1 回行うものとした。

前章で述べたゴーストオーロラを避けるため、投影データを取得する範囲を限定した。そして、それによって定まる共通視野領域に含まれるセルに均一な初期値を与え、再構成を行う範囲とした。つまり、図 17 に三面図で示す初期値の範囲は、すなわち擬似画像データを取得した範囲の集合であり、再構成を行う範囲でもある。この他の部分ではモデルのオーロラに値があったとしても再構成はされない。

この配置 D で、再構成のシミュレーションを行った結果の内、MART 法に p-近似を加えた場合の結果の三面図を図 18 に、モデルと同じ場所からの投影図を図 19 に示す。モデルと

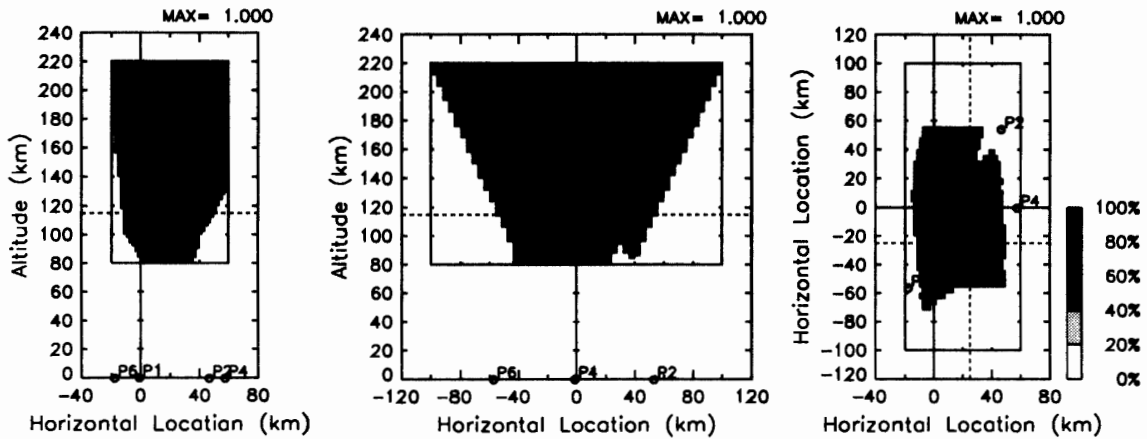


図 17 再構成の初期値 (配置 D)

Fig. 17. Initial valued region for the reconstruction (position D).

比較して、非常に良い再構成ができていることが分かる。ただし、三面図の中央の図の左右の部分、右側の図の上下の部分の発光が出ておらず、投影図でもそれに相当する部分が出ていないが、これは初期値で示したように再構成を行わない範囲だからである。

また、同じモデルを 50 km ほど平行移動して、図 20 に示す三面図の位置においた場合を配置 E として、シミュレーションを同様に行った。この時の初期値、すなわち再構成を行う範囲を図 21 に示す。

配置 E のシミュレーションの結果の内、乗法的 SIRT 法に p-近似を組み合わせた場合の結果を図 22 に示す。大まかな形状は出ているものの、左側の図の細かい多層構造が出ていなかったり、右側の水平面の図では図中の上方へ伸びる部分が消失しているなど、細かな発光強度分布に違いが出ていることが分かる。

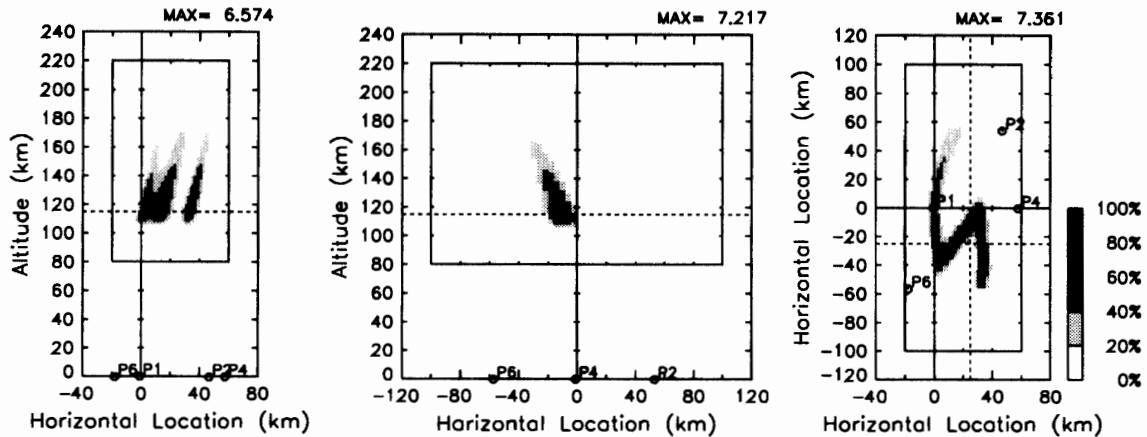


図 18 MART 法 + p-近似による再構成結果 (配置 D)

Fig. 18. Result of 3D reconstruction by MART with p-approximation (position D).

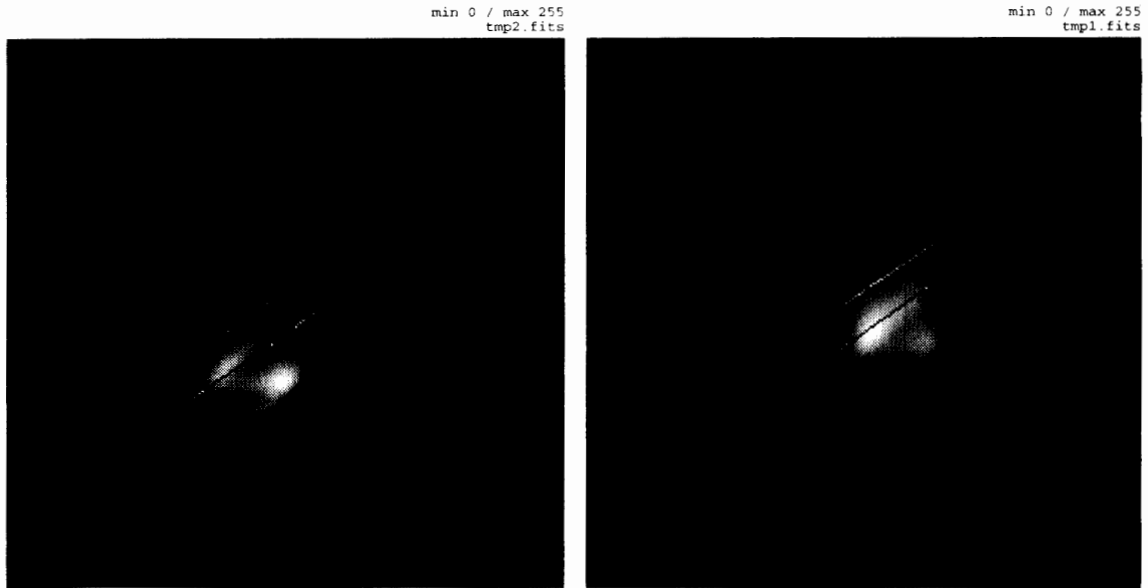


図 19 MART 法 + p-近似による再構成結果の投影 (配置 D)  
 Fig. 19. Visualization of the result by MART with p-approximation (position D).

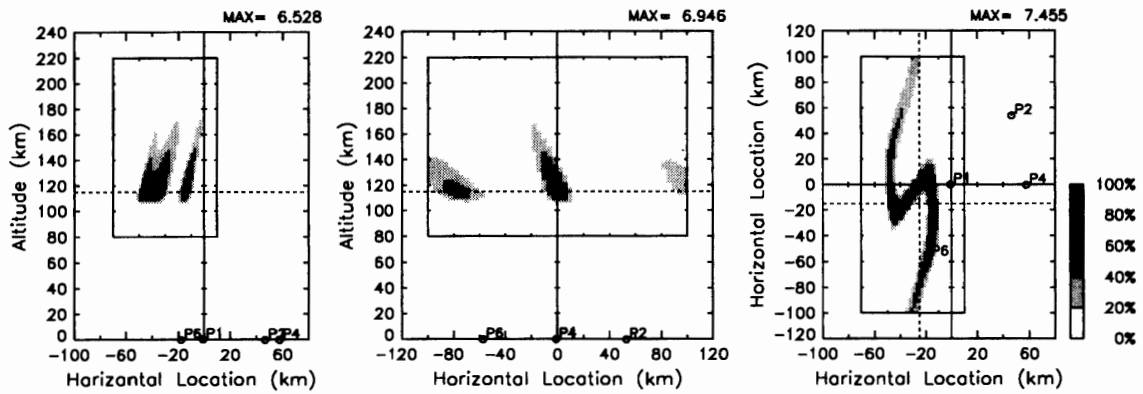


図 20 モデルオーロラの三面図 (配置 E)  
 Fig. 20. 3-plane graphs of model aurora (position E).

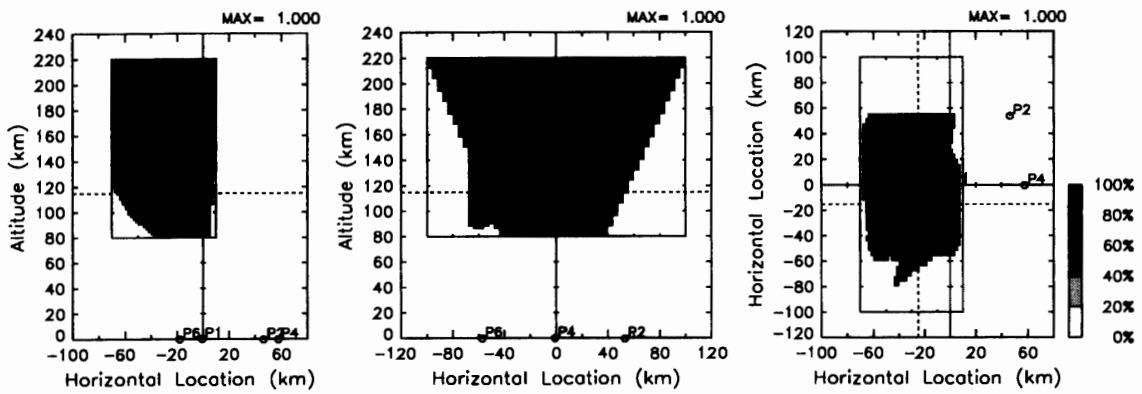


図 21 再構成の初期値 (配置 E)  
 Fig. 21. Initial valued region for the reconstruction (position E).



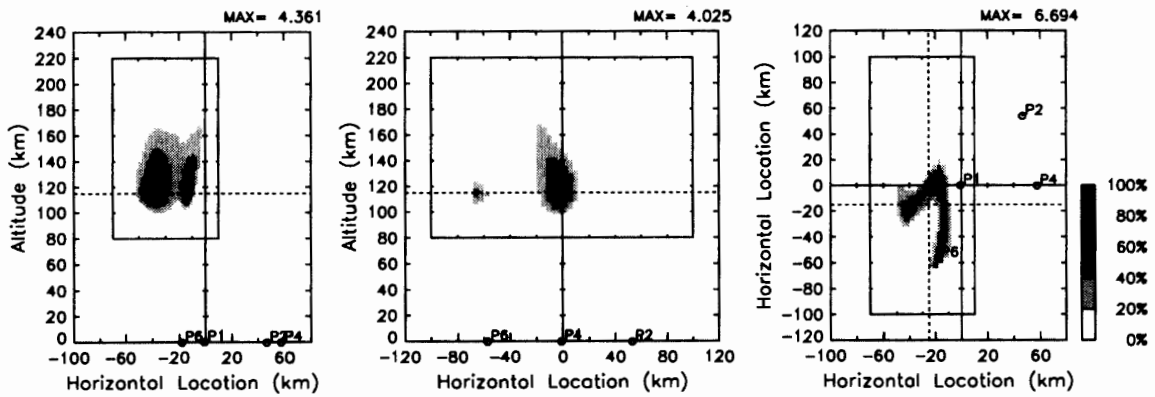


図 22 乗法的 SIRT 法 + p-近似による再構成結果 (配置 E)

Fig. 22. Result of reconstruction by SIRT with p-approximation (position E).

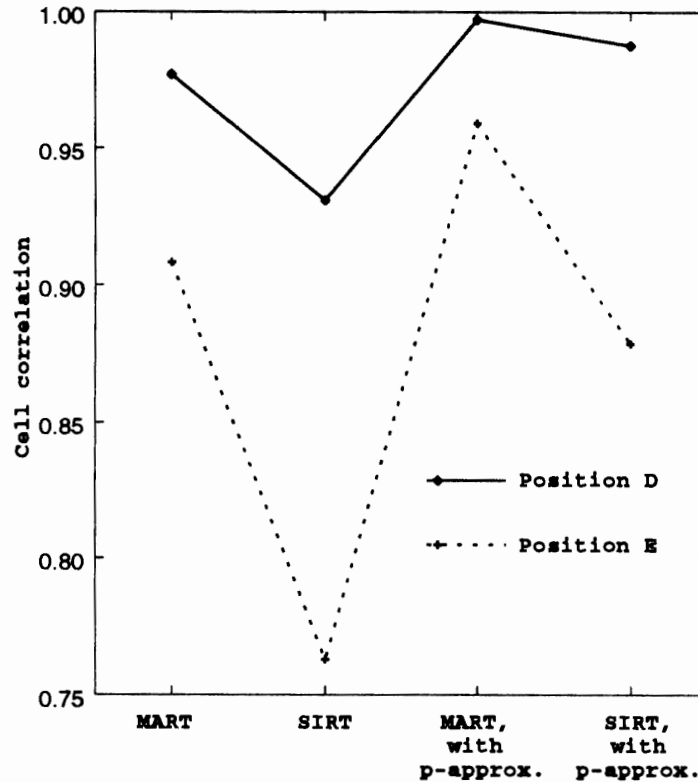


図 23 3次元での再構成のセル相関 (MART 法と乗法的 SIRT 法, p-近似の有無による違い)

Fig. 23. Cell correlation of 3D reconstruction for MART and SIRT with and without p-approximation.

配置 D, E のそれぞれの場合の再構成結果のセル相関をグラフにしたものを, 図 23 に示す。

これを見ると, やはり配置 D の場合の方が配置 E の場合より結果が良く, 2次元の場合と同じようにオーラと観測点の位置関係が, 再構成の結果に大きな影響をおよぼすことが分かる。また, このようなノイズのない場合には, どちらの場合においても, やはり MART 法

の方が乗法的 **SIRT** 法よりも結果が良くなること、また  $p$ -近似が有効であることも分かる。これもまた、2次元の場合と同様である。

#### 4. 結 論

今回、オーロラの特モグラフィ解析手法として、幾つかの手法を取り上げ、その中から特にフィルター付き逆投影法、**MART** 法、乗法的 **SIRT** 法、擬似逆マトリクス法について、シミュレーションにより検討を行った。

まず、2次元で観測値にノイズがない場合のシミュレーションを行った。その結果、オーロラの磁力線のフットポイントに観測点がある場合や、オーロラのカーテンの両側から観測した場合など、条件の良い観測ができる場合には **MART** 法・乗法的 **SIRT** 法がもっとも良く、擬似逆マトリクス法、フィルター付き逆投影法の順に良い結果が得られることが示された。また、オーロラのカーテンの片側からしか観測できないような条件の良くない場合には、**MART** 法がもっとも良く、次に擬似逆マトリクス法と乗法的 **SIRT** 法、そしてフィルター付き逆投影法の順となった。

このシミュレーションで稠密なデータを前提とするフィルター付き逆投影法は、観測点数が少ないことから十分な再構成が容易でないこと、またデータの補間を行うなど方法自体に改良の余地があることが示された。また、擬似逆マトリクス法はこれらのシミュレーションにおいて、更に多くの繰り返しを行っても **MART** 法に比べてそれほど良い結果を期待できず、利点が少ないと判断される。

つぎに、 $p$ -近似という方法を繰り返し法に組み合わせた場合のシミュレーションを行った。この結果、 $p$ -近似はオーロラが近似的にこの仮定を満たす構造を持つ場合、どの手法に対しても有効であること、また特にもとの手法の収束がそれほど速くないときや、画像からの情報が足りないときに有効であることが分かった。

次いで、観測値にノイズが加わっている場合のシミュレーションを行った。これより、**MART** 法はノイズの影響を受けやすいため、ノイズの影響がある場合には乗法的 **SIRT** 法の方が **MART** 法より良い結果を与えることが示された。また擬似逆マトリクス法は、エントロピーの制約を入れればノイズの影響を受けにくいものの、ノイズがなくても結果が芳しくないため、ノイズのある場合でも乗法的 **SIRT** 法の方が良い結果を与えることも分かった。

また3次元のシミュレーションも行い、2次元の場合と同じように、観測点とオーロラの配置が良い場合には、非常に良い再構成ができることが分かった。しかし、オーロラカーテンの片側からしか画像データがないような場合、 $p$ -近似を加えれば結果は改善されるものの、配置が良い場合ほどの結果は得られないことも定量的に示された。

これらのことから、実際のオーロラの特モグラフィには画像ノイズを不可避なものとして考慮すると、従来から用いられている **MART** 法もしくは乗法的 **SIRT** 法に  $p$ -近似を加えて

解析する方法が、もっとも適していると思われる。

元々、このオーロラトモグラフィ問題は、通常セルの値というパラメータの数が、サンプルグレイレベルという式の数より多くなる不良設定問題である。また、観測点数を増やさずに細かくグレイレベルを取ったとしても、独立な式の数が増えない。そのため、十分な情報があるとして作られたフィルター付き逆マトリクス法のような解析的な手法を、そのまま適用することは困難である。しかし近い将来衛星やロケットを使った立体的な多点観測が行われるような場合に、適当なデータの補間を行えば、この手法も有効なものになると思われる。

また、擬似逆マトリクス法は計算機能力の制限のため、3次元の場合に適用することができなかったが、将来的に計算機能力が十分なものとなれば、容易に制約を付加することができるという利点を生かすことができるであろう。

さらに、モデル関数フィッティング法（藪ら、1993）の場合と同様に、再構成手法の良否の他に観測点とオーロラの位置関係が、再構成結果に重要な影響を与えることを確認した。観測点数を増やすことは、情報量の増大のみならず、オーロラの出現位置が必ずしも十分に予測できるものではないことから、観測点とオーロラが良い位置関係にある可能性をも増大させ、良好な再構成のために特に重要であると思われる。

現在、1995年12月のスウェーデンにおける観測結果の解析を進めているが、これまでよりも多くの観測点からの同時観測画像が得られていることから、MART法もしくは乗法的SIRT法をp-近似と組み合わせる用いることにより、より良好な再構成が期待できる。

本論文では、エントロピーとp-近似以外の制約については触れていないが、これ以外のオーロラ特有の性質を制約として導入する方法や、衛星やレーダによる画像以外のデータを再構成に用いる方法については、今後の課題として検討して行きたい。

## 文 献

- ASO, T., HASHIMOTO, T., ABE, M., ONO, T. and EJIRI, M. (1990): On the analysis of aurora stereo observations. *J. Geomagn. Geoelectr.*, **42**, 579-595.
- ASO, T., EJIRI, M., MIYAOKA, H., ONO, T., HASHIMOTO, T., YABU, T. and ABE, M. (1993): Aurora stereo observation in Iceland. *Proc. NIPR Symp. Upper Atmos. Phys.*, **6**, 1-14.
- 麻生武彦・江尻全機・宮岡 宏・小野高幸・藪 哲郎・六車和彦・橋本 岳・安陪 稔 (1994): アイスランド・オーロラステレオ観測と画像のトモグラフィ解析. *信学論*, **J77-D-II**, No. 1, 67-78.
- BANKS, P. M., CHAPPELL, C. R. and NAGY, A. F. (1974): A new model for the interaction of auroral electrons with the atmosphere: Spectral degradation, backscatter, optical emission, and ionization. *J. Geophys. Res.*, **79**, 1459-1470.
- CICHOCKI, A. and UNBEHAUEN, R. (1993): *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. New York, J. Wiley, 994 p.
- GILBERT, P. (1972): Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections. *J. Theor. Biol.*, **36**, 105-117.
- KUDO, H. and SAITO, T. (1990): Feasible cone beam scannig methods for exact reconstruction in three-dimensional tomography. *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**, 2169-2183.
- PEYRIN, F. C. (1985): The generalized back projection theorem for cone beam reconstruction. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **32**, 1512-1519.

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T. and FLANNERY, B. P. (1988): *Numerical Recipes in C*. Cambridge, Cambridge University Press, 526 p.

齊藤恒雄 (1993): 計算機トモグラフィ. 画像処理アルゴリズム, 東京, 近代研究社, 103-122 (アルゴリズムシリーズ 2).

藪 哲郎・麻生武彦・橋本 岳・安陪 稔・江尻全機 (1993): ステレオ画像を用いたオーロラ形状の推定手法について. 南極資料, **37**, 231-251.

(1997年1月6日受付; 1997年3月28日改訂稿受理)